Rima POVILIONIENĖ

Numerologinių technikų inovacijos XX a. antrosios pusės muzikos kompozicijoje

Innovative Digital Technologies in the Musical Composition of the Second Half of the 20th Century

Anotacija

XX a. kompozicijoje labai išplečiamos matematikos raiškos muzikoje ribos – tai ne tik ankstesnių epochų numerologinės komponavimo praktikos re-evoliucija, bet ir tik šiam laikotarpiui būdingi matematiško muzikos kūrimo būdai. XX a. muzikos komponavimo procesų naujovė – ypač ekspansyvus šiuolaikinių matematikos teorijų, pavyzdžiui, kompleksinių matematinių modelių, tapusių kompozicijos formaliosios gramatikos forma, taikymas – į muzikos garsų erdvę integruojamos kompiuterinės grafikos, kompiuteriu generuojamų algoritmų implikacijos. Straipsnyje pristatomi matematiški XX a. antrosios pusės muzikos kompozicijos pavyzdžiai; aiškinamasi, kaip konkrečios matematinės procedūros diegiamos į muzikos tekstus. Tai atskleidžiama šio laikotarpio muzikos kompozicijų analizėmis.

Reikšminiai žodžiai: muzika ir matematika, šiuolaikinės matematikos elementai, muzikos komponavimo algoritmai, L-sistema, fraktalų, chaoso teorijos, John Adams, Charles Dodge, Tom Johnson, Šarūnas Nakas, Vytautas V. Jurgutis.

Abstract

In 20th composition the boundaries of mathematical expression in music were notably expanded. It is not only the re-evolution of numerological composition practice of the previous periods, but also the way of mathematical composition of this period. The innovation in the processes of 20th-century music composition is particularly expansive application of contemporary mathematical theories, for instance, the application of complex mathematical models, which have become a form of formal grammar of composition: integrated computer graphics, and the implications of computer-generated algorithms in the space of music sounds. The article presents instances of mathematical writing of musical compositions in the second half of the 20th century. It also attempts to find out in what forms concrete mathematical procedures are implemented in musical texts. This is disclosed by analysis of musical compositions of this period.

Keywords: music and mathematics, elements of modern mathematics, music composition algorithms, L-system, theories of fractals and chaos, John Adams, Charles Dodge, Tom Johnson, Šarūnas Nakas, Vytautas V. Jurgutis.

Įvadas

Matematikos įtaka muzikai – ilgaamžiškiausias tarpdalykinis dialogas, koncentruotu pavidalu pasireiškęs XX a. muzikos komponavimo praktikoje. Remdamiesi pastebėjimais, teigtume, jog XX a. komponavimo procesas pagrįstas itin fomalizuotomis struktūrinėmis idiomomis, kurių konstruktyvus valdymas neretai turi matematinę prigimtį. Be to, XX a. kompozicijoje labai išplečiamos matematikos raiškos muzikoje ribos – tai ne tik ankstesnių epochų numerologinės komponavimo praktikos re-evoliucija, bet ir tam tikros novacijos. XX a. kompoziciją galima įvardyti kaip kokybiškai naują matematikos ir muzikos sąlyčio etapą, kuriuo siekiama „subendravardiklinti" muzikinių ir skaitmeninių struktūrų prielaidas. Tokiais „bendraisiais vardikliais" čia tampa matematiniai grupių teorijos dėsniai, Markovo grandžių logika, atitinkamai interpretuojama kaip melodinių procesų dėsnis; konkrečiomis matematinėmis teorijomis pagrįstos muzikos temperavimo praktikos (pavyzdžiui, Myhillo dėsnio taikymas diatoninio garsaeilio intervalų darybai) (*Journal of Mathematics and Music*, 2007, p. 53). XX a. muzikos komponavimo procesų naujovė – ir nepaprastai ekspansyvus šiuolaikinių matematikos teorijų taikymas, pavyzdžiui, kompleksinių matematinių modelių taikymas – integruojamos kompiuterinės grafikos, kompiuteriu generuojamų algoritmų implikacijos į muzikos garsų erdvę.

Pažymėtina, kad XX a. kompozitoriai labai individualiai pasirenka, manipuliuoja ir diegia į savo kompozicijas bei skirtinguose medžiaginiuose ir struktūriniuose lygmenyse naudoja matematines technologijas. Matematikos įtaka muzikos komponavimo procesui nemaža dalimi lėmė originalius, XX a. muzikos kompoziciją signifikuojančius numerologinio pobūdžio rezultatus. Tai I. Xenakio, K. Joneso muzikos kompozicijos, paremtos stochastiniais procesais, Markovo grandžių logika; G. Ligeti, V. Jurgučio, Š. Nako, Ch. Dodge'o kompozicijų struktūrinės analogijos su fraktalų teorija; chaoso teorijos įtaka G. L. Nelsono, I. Xenakio kūriniams; algoritminės L-sistemos kreivės tapo muzikos kūrinio grafiniu pirmavaizdžiu arba garsų audinio studijos rezultatu G. L. Nelsono, T. Johnsono, H. Kyburzo opusuose.

Straipsnyje pateikiami matematizuoti XX a. muzikos kompozicijų kūrimo prielaidos tyrimai ir aiškinamasi, kokiomis formomis konkrečios matematinės procedūros diegiamos į XX a. antrosios pusės kompozicinius tekstus, analizuojamos muzikos kompozicijos. Aptariami šiuolaikinės matematikos implikacijų pavyzdžiai XX a. muzikoje, remiantis praktiniais pavyzdžiais ir literatūros šaltiniais, skirstomi į keletą tipų, kaip antai:

- algoritminiai procesai – savitas XX a. muzikos komponavimo reiškinys;
- matematizuota muzikos grafika. Čia dėmesys kreipiamas į grafines garsų aukščių struktūras, grafinius modelius, kurie taikomi kaip komponavimo algoritmas/ pirmavaizdis ir kaip kūrinio struktūrinė interpretacija/ analizė. Prie matematizuotos muzikos grafikos tipo taip pat priskiriamas skaitmeninis garsų užrašymas ir skaitmeninė notacija, L-sistemos grafika ir struktūrinės kalbotyros įtaka;
- fraktalų teorijos įtakos reprezentacijos – tyrinėjami fraktalų geometrijos analogai muzikos kompozicijų struktūrose (pseudofraktališkumas, fraktaliniai paveikslai, fraktalinis principas kaip komponavimo priemonė);
- stochastinė muzika, jos praktika, Markovo grandys;
- kitų šiuolaikinės matematikos teorijų sklaida (chaoso, tikimybių, transformacijų, grupių teorijų įtaka muzikos komponavimo procesui).

Kaip matyti, principinė XX a. antrosios pusės kompozicijos naujovė yra garsinių struktūrų skaitmenizacijoms naudojami modeliai, kurie atėjo iš formaliosios gramatikos, fraktalų geometrijos, chaoso ir kitų modernių XX a. matematikos teorijų. Tai ir lėmė itin suaktyvėjusios individualios kūrėjo kompozitoriaus intencijos, inspiravusios matematikos, fizikos, struktūrinės kalbotyros elementų implikacijas muzikos garsų erdvėje.

1. Algoritmo sąvoka XX a. muzikoje

XX a. muzikoje algoritminėmis dažniausiai vadinamos kompiuteriu sukurtos muzikos kompozicijos; kūrėjo kišimasis čia kiek įmanoma minimizuojamas. Algoritmo[1] sąvoką su muzikos sfera imta sieti tik XX a., ją pasiskolinus iš kompiuterijos ir informatikos. Kristine Burns teigia, jog algoritmo muzikoje apibrėžimui artimiausia algoritmo, taikomo medicinos srityje nustatant klinikinę diagnozę, interpretacija – „laipsniškas procesas, <...> kai atsakymas į klausimą kelia kitą klausimą“ (Burns, 1994, p. 2). A. Alpernas algoritminį muzikos komponavimo procesą vadina „formalių procesų naudojimu kuriant muziką, kai žmogus dalyvauja minimaliai“[2] (Alpern, 1995, p. 1). Itin aktyvų programuotojų/kompozitorių domėjimąsi algoritminės muzikos kompiuteriniu kūrimu brazilų tyrinėtojai A. Moroni ir kolegos aiškina tuo, jog menininkams tai yra iššūkis kompozicinę sferą padaryti moksline[3] (Moroni, 2000, p. 49). Tad algoritmo sąvoka XX a. muzikoje apima itin platų pritaikymo spektrą. Šiame straipsnyje siekiama atskirti du algoritminio muzikos komponavimo aspektus: pirma, kaip kompozitorius manipuliuoja pasirinktu algoritmu, organizuodamas muzikos kompozicijos parametrus; antra, kokie matematinių algoritmų pavyzdžiai taikomi XX a. antrosios pusės muzikos kompozicijoje.

Kompozitoriaus dalyvavimą algoritminės muzikos kūrimo procese galima apibūdinti dvejopai: pirma, jis pasirenka tam tikrą algoritmą, kuriuo koordinuoja atskirus elementus – garsų aukščius, ritmą, dinamiką; antra, kompozitorius nustato principą, kuriuo vadovaujantis minėti muzikos elementai sujungiami tam tikrais santykiais, t. y. muzikos kūriniui algoritmai gali būti taikomi kaip kompoziciniai kodai, lemiantys vieną ar kelis komponuojamo kūrinio parametrus.

Remdamiesi įvairių tyrinėtojų pastebėjimais (Järveläinen, 2000; Dodge, 1988; Burns, 1994) ir tuo, kokio pobūdžio algoritminiai veiksmai taikomi muzikos kūrimui, išskirtume pagrindinius algoritminius XX a. muzikos komponavimo būdus. Tai:

1. Determinuoti (nustatyti, apibrėžti) algoritminiai procesai – patys įvairiausi konstruktyvūs veiksmai, atliekami laikantis konkrečių taisyklių ir atliekami paties kompozitoriaus. Kai kurie tokie algoritmai funkcionuoja mechaniškai, juos lengva atsekti kompozicijoje.

2. Kompleksiški matematiniai algoritmai. Jų raiška yra sunkiai pastebima, nes dažniausiai susiduriama su sudėtingos kompiuterinės muzikos kompozicijomis, kurių generavimo procedūrų nustatymas ir analizė įmanoma tik kompiuteriu ir remiantis nuosekliu paties kompozitoriaus procedūrų atkūrimu (aprašu). Algoritmo sąvoką XX a. antrosios pusės muzikoje tyrinėtojai daugiausia sieja su **matematinių elementų implikacijomis**[4]. Kristine Burns algoritmus muzikoje skirsto smulkiau (Burns, 1994, p. 4–6):

- stochastiniai procesai – atsitiktiniai, tikimybių procesai. Stochastinių kompozicijų autoriai – I. Xenakis, C. Ames, J. Teney; su Markovo procesais eksperimentavo kompozitoriai L. Hilleris, L. Isaacsonas, K. Jones (H. Järveläinen teigimu, Markovo grandžių principai nepaprastai tinka muzikinėms melodijoms generuoti. Järveläinen, 2000, p. 10);
- chaotiniai procesai, apimantys fraktalines struktūras. Kompozitoriai, į kūrybą implikavę matematinius chaoso principus – Ch. Dodge'as, J. Harley, G. L. Nelsonas, R. Waschka II ir kt.;
- gramatikos (angl. *grammars*) procesai – struktūrinės kalbotyros tyrinėjimų taikymas muzikai. Gramatinius procesus muzikoje pritaikė kompozitorius K. Jones, jų principais remdamasis R. D. Reickenas sukūrė muzikos komponavimo programą;
- taisyklėmis paremti (angl. *rule-based*) procesai – priežastiniai veiksmai, kai gautas rezultatas skatina tolesnius žingsnius. Šie procesai siejami su kompiuterinių

muzikos komponavimo programų kūrimu, tad šiuo atveju autorius yra programuotojas;

- dirbtinio proto (angl. *artificial inteligence*) procesai.Čia kompiuterinė programa atrenka, kokie sprendimai, lyginant su ankstesne medžiaga, tinkami komponuoti. Šių programų autoriai – kompozitoriai Ch. Ames, O. Laske ir kt.

XX a. antrosios pusės muzikos komponavimui algoritmu neretai pasitelkiamos sudėtingos matematinės išraiškos ir formulės, kompozitoriai leidžiasi į komplikuotą muzikos kūrimo procesą, kuris grindžiamas sudėtingomis matematinėmis procedūromis. Pavyzdžiui, sudėtingų matematinių apskaičiavimų implikacijos – neatsiejama I. Xenakio muzikinių eksperimentų dalis: ištisa matematinių funkcijų grandine užrašytas kompozicijos „Achorripsis“ 21 instrumentui (1957) eskizas, I. Xenakio teigimu, buvo sudarytas pasitelkus Poissono atsitiktinumų formulę $P_k = (\lambda^k/K!) \times e^{-\lambda}$ (Xenakis, 1992, p. 29). Eskizą I. Xenakis vėliau perkėlė į muzikinę notaciją[5]. Neįprasti skaitmeniniai santykiai naudojami C. Nancarrowo studijose pianolai. Studija Nr. 21 žymi savotišką ribą šio kompozitoriaus kūryboje – kuriant tempų polifoniją pereinama prie kompleksinių matematinių proporcijų, beje, tai atsispindi ir muzikinių kanonų pavadinimuose. Juose užrašytas formules interpretuotume kaip kompozitoriaus žaidybinę manipuliaciją skaičių išraiškomis. Pavyzdžiui, Studijos Nr. 33 užrašymą „Canon$\frac{\sqrt{2}}{2}$“ galime laikyti kompozitoriaus siekiu sugretinti du to paties skaičiaus 2 pavidalus – iracionalųjį skaitiklį (gaunamą ištraukus šaknį iš 2) ir racionalųjį daliklį (natūralusis skaičius 2). Ši skaitmeninė išraiška suformavo kanono dviejų balsų judėjimo santykį. Studijos Nr. 40a, kurią K. Gannas pavadino „transcendentiniu kanonu“ (Gann, 1995, p. 200), pavadinimas užrašytas dviem iracionaliaisiais skaičiais „Canon$\frac{\sqrt{2}}{2}$“. Šį užrašą apibūdintume kaip kompozitoriaus užmojį formulėje priešpriešinti dvi skirtingos prigimties matematines išraiškas, reprezentuojančias dinamiką ir statiką[6]. Antai H. Kyburzas, komponuodamas „Cells“ saksofonui ir ansambliui („Ląstelės“, 1994), panaudojo rekursinių sekų algoritmus; matematinės *Drakono formulės* (angl. *Dragon formula*) logika pagrįsta amerikiečių minimalisto T. Johnsono muzikos kompozicija – penkių dalių pjesė orkestrui „Dragons in A“ (1979); G. Galilei nustatyti skaitmeniniai santykiai lėmė T. Johnsono kūrinio „Galileo“ (2000) struktūrą. Ši kompozicija penkioms metalinėms švytuoklėms atitaria trumpai aptartai C. Nancarrowo kanonų polimetrinei idėjai – iš skirtingame aukštyje pakabintų švytuoklių išgaunami sąskambiai, proporcingai joms judant, tolydžio sukuria vis sudėtingesnį tarpusavio ritminį kontrapunktą[7].

Toliau straipsnyje aptariamas XX a. antrosios pusės laikotarpio numerologinės muzikos komponavimo ir analizės praktikos savitumas, kuris atsiranda taikant matematinius algoritmus, kai muzikos kūrimui pasitelkiami originalūs pirmavaizdžiai, pasiskolinti iš struktūralistinės kalbotyros, modernių matematinių teorijų algoritmai taikomi kompiuterinei muzikai generuoti ir pan.

2. Matematizuota muzikos grafika

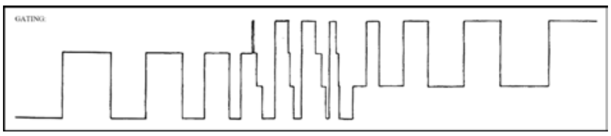
Muzikologė P. Escot teigia, kad XX a. muzikai būdingos tam tikros geometrinės garsų aukščių išraiškos, kurios gali būti atkurtos plokštumoje konkrečiomis geometrinėmis figūromis, o tokia muzikos kūrinio vizualizacija gali atskleisti partitūroje užslėptus garsų tarpusavio santykių dėsningumus. Pavyzdžiui, redukuojant muzikos kūrinį į grafinį modelį, dvimatė plokštuma užpildoma muzikos kūrinio parametrų – garsų aukščių ir trukmės – rodikliais (Escot, 1999; Warde, 2000, p. 68): iš frazės atrenkami pirmas, aukščiausias, žemiausias ir paskutinis garsai, kurie išreiškiami matematiniais vienetais; matematiškai apskaičiuojamas trukmės parametras; duomenys pažymimi *x-y* plokštumoje (dažniausiai naudojamas būdas *x* ašyje žymėti garsų aukščiui, *y* – garsų trukmei[8]), koordinatės sujungiamos ir brėžiama kreivė.

Tačiau vizualus modelis gali būti ne tik konkretaus muzikos kūrinio analizės rezultatas, bet ir pirmavaizdis, idėja ir kūrinio komponavimą struktūruojantis algoritmas. Pavyzdžiui, M. Gardneris nurodo, jog H. Villa-Loboso fortepijoninę kompoziciją „New York Skyline Melody“ („Niujorko kontūrų melodija“, 1939) inspiravo grafinis pirmavaizdis – Niujorko miesto siluetas (Gardner, 1974, p. 134). Kaip teigia M. Gerais, kitos šio kompozitoriaus pjesės „Melodia da montahna“ („Kalnų melodija“, sukūrimo data nežinoma, publikuota 1942 m.) garsaeilio reljefas atkartoja netoli Belo Orizontės esančių kalnų (Serra da Piedade) viršūnių kontūrus[9]. Abiem atvejais horizonto kontūrai lėmė garsų aukščius, iš kurių kompozitorius komponavo melodijas. M. Gardneris nurodo ir kitą pavyzdį – S. Prokofjevas, kurdamas muziką Sergejaus Eizenšteino kino filmui „Aleksandras Nevskis“ (1938), kaip inspiraciją pasitelkė būsimo filmo kadrus, t. y. žmonių ir kraštovaizdžių siluetus panaudojo garsų vietai penklinėje pažymėti (Gardner, 1992, p. 22). Pasak G. Wagerio, K. Stockhausenui pro darbo kambario langą Paspelse, Šveicarijoje, matomi kalnų kontūrai tapo kompozicijos „Gruppen“ trims orkestrams („Grupės“, 1957) garsų aukščių prototipu, ritminių blokų „apvalkalai“ tiksliai atkartoja kalnų linijas (Wager, 1998, p. 84). Kompiuterinėje L. Austino kompozicijoje „Canadian Coastlines“ („Kanados pakrantės“, iki 1985) Kanados pakrančių siluetas panaudotas kaip garsų aukščio, ritmo, tembro, dinamikos parametrų komponavimo algoritmas (Dodge, 1988, p. 10). Vytautas Landsbergis, analizuodamas M. K. Čiurlionio muzikos kūrinius, jų melodikos vingiuose įžvelgė analogijas su šio menininko paveiksluose vaizduojamų kalnų, kitų objektų kontūrais.

Muzikos komponavimą gali inspiruoti ir konkretūs geometriniai objektai. Pavyzdžiui, J. R. Rosendaelio kompozicijoje „Rotations" („Apsisukimai", 1988) geometrinės trikampių, keturkampių ir šešiakiampių figūros kompozitoriui „pasufleravo" atskirų muzikinių grupių sudėliojimo eigą. T. Johnsono pjesės pianolai „Two curves" („Dvi kreivės", 1998) struktūroje, kompozitoriaus teigimu, rekonstruotas dviejų kreivių algoritmas (Johnson, 2006). Toliau aptariamas praktinis geometrinio modelio taikymo muzikos komponavimui pavyzdys – J. Adamso fortepijoninė kompozicija „China Gates" („Kinų vartai", 1977), kurios trukmės parametras priklauso nuo grafinio algoritmo – partitūros pradžioje kompozitoriaus nubraižytos grafinės kreivės.

Grafinė kreivė kaip komponavimo algoritmas Johno Adamso „China Gates" (1977)

Minimalistine komponavimo technika paremtoje J. Adamso[10] pjesėje fortepijonui „China Gates" atsiskleidžia, kaip komponavimo algoritmu pasirinkta grafinė kreivė determinuoja fortepijoninės pjesės struktūrinius rėmus, kaip jos matmenis nusakantys santykiai atsikartoja pjesės trukmėje. Šią kreivę kūrinio pradžioje nubrėžęs kompozitorius greta įrašė pastabą *Gating* (angl.), reiškiančią „vartų" kaitą („vartų" sąvoką pavadinime kompozitorius apibrėžė kaip dermių kaitą, perėjimą iš vienos dermės į kitą). Perėjimą formavo kreivės algoritmas:

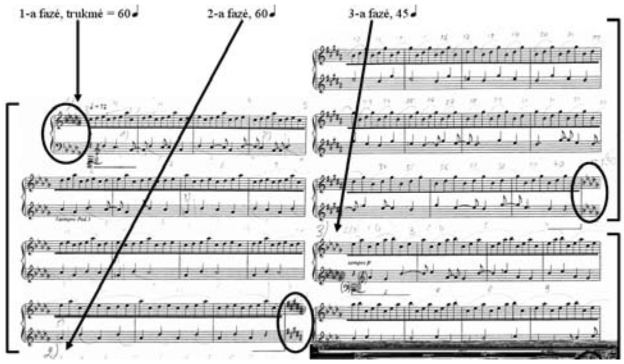


1 pvz. Geometrinė kreivė kaip grafinė matrica J. Adamso pjesei „China Gates"[11]

Ištyrus fortepijoninės pjesės trukmės parametrą nustatyta, jog kreivės „posūkiai" formuoja ketvirtinių ritminių verčių grupes atskirose fazėse. Fazių trukmė tarsi atkartojo kreivės krypties pokyčius, kurie muzikoje pasireiškė kaip:

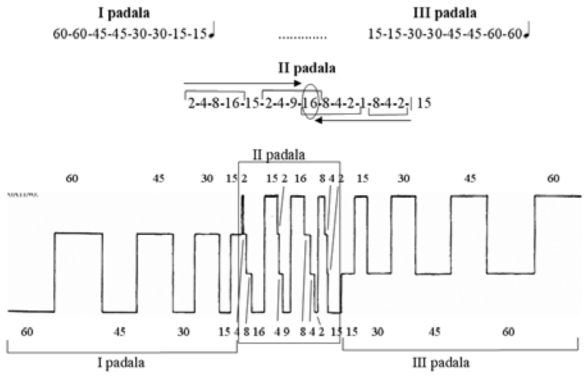
- derminis pokytis – nuolatinė penkių bemolių ir penkių diezų kaita;
- naujos repetityvinės garsų slinkties įvedimas.

Pavyzdžiui, pirmoji ir antroji fazės/struktūriniai blokai yra vienodos trukmės – 15 taktų (60 ketvirtinių, ♩) apimties. Trečiojo struktūrinio bloko apimtį taktais sudaro 11¼ takto, arba 45 ketvirtinės (♩). Išanalizavus partitūrą paaiškėjo, kad ši struktūrinių blokų kaita dėsningai tankinama ir retinama, t. y. trumpėja arba ilgėja jos apimtis. Trukmės rodiklius pritaikius kreivei brėžti nustatyta, jog gautasis grafinis rezultatas atitiko kompozitoriaus užduotą „vartų" kaitos (angl. *Gating*) grafiką.



2 pvz. J. Adamso „China Gates" fazių kaita partitūros 1–42 t.

Kūrinio pradžioje poromis derinamus struktūrinius blokus kompozitorius tankino dėsningai kas 15 ketvirtinių – atvirkštinės aritmetinės progresijos principu 4–3–2–1 (60–45–30–15). Taip pirmųjų dviejų fazių trukmę po 60 ♩ keičia trečiosios fazės 45 ♩ apimtis, galų gale ji sumažinama iki 15 ♩. Iš trukmės duomenų nubrėžus kreivę paaiškėjo, kad grafinė išraiška sutapo su J. Adamso nubrėžtos geometrinės kreivės dalimi. Analogiškai dėsningas fazių kaitos procesas būdingas trečiojoje „China Gates" padaloje (čia trukmės rodikliai retinami), kurią sujungus su pirmąja padala išryškėjo trukmės parametrui, kaip ir kreivei, būdingas simetriškumas. Kompozicijos vidurinę padalą sudaro maksimaliai tankinamų fazių kaita, o taktų progresijoje galima įžvelgti geometrinės skaičių sekos įtaką. Susisteminę pastebėjimus, į kompozitoriaus sudarytą kreivę perkėlėme tyrimo metu gautus skaitmeninius duomenis (3 pvz.).



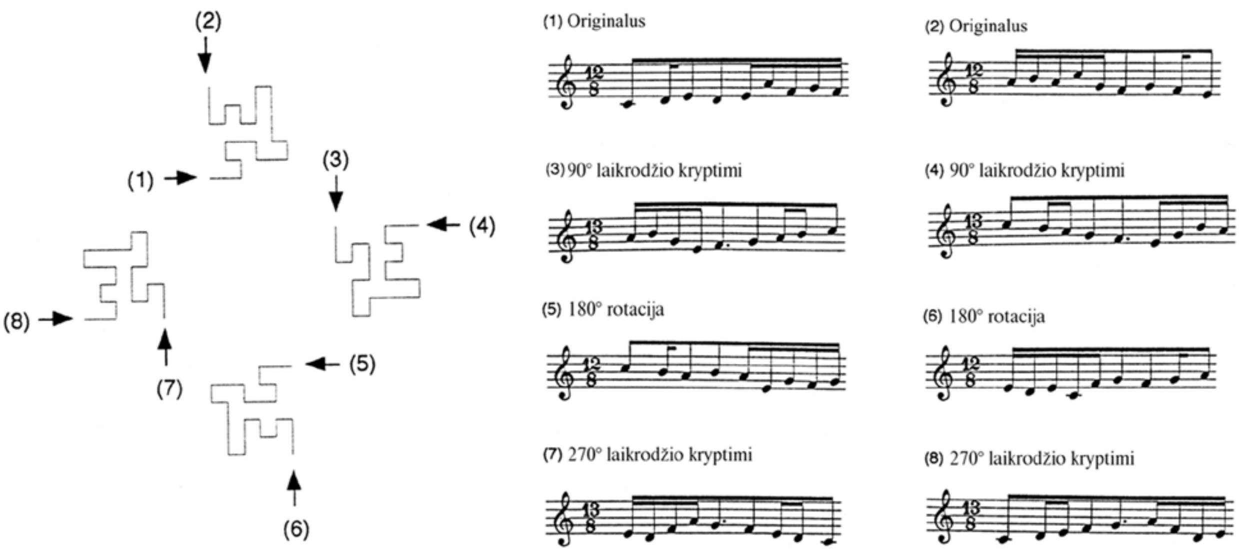
3 pvz. Trukmės parametro progresyvumas

Minimalisto J. Adamso fortepijoninės pjesės „China Gates" analizė išryškina tai, kad simetrišką kreivę kompozitorius pasirenka komponavimo algoritmu, nuo kurio priklauso trukmės parametras. Tačiau muzikos kūrinio grafiniu pirmavaizdžiu gali tapti ir iš kitos sferos (kaip antai formaliosios gramatikos) pasiskolinta idėja, ja remiantis išvestos L-sistemos kreivės gali formuoti muzikos kūrinio parametrus.

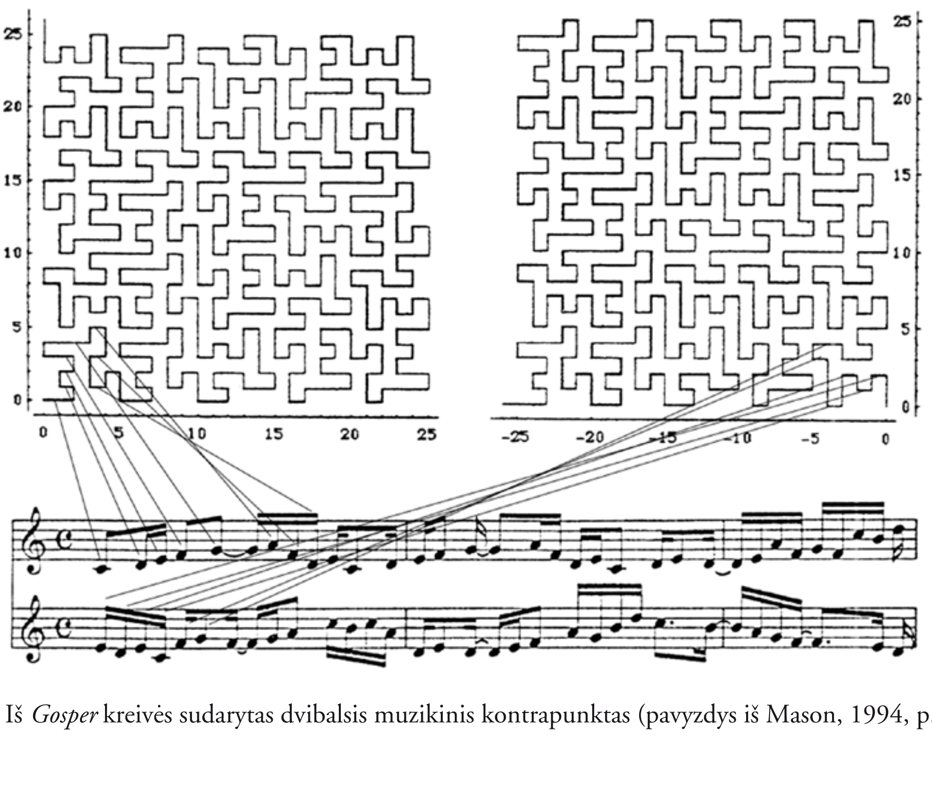
L-sistemos algoritmo grafika

XX a. muziką paveikusi struktūrinės kalbotyros įtaka ypač akivaizdi kompiuterinės muzikos srityje: formaliosios gramatikos taisyklėmis[12] pagrįstos algoritminės L-sistemos arba Lindenmayerio sistemos (angl. *L-system*, *Lindenmayer-system*[13]) formulės, kaip teigia H. Järveläinen, gali būti kompiuteriu transformuojamos į garsų struktūras (Järveläinen, 2000, p. 7), pasak muzikologo K. Jones'o, muzikos kūrimui kompiuteriu naudojamos N. Chomsky'o gramatikos paradigmos (Jones, 1981). P. Prusinkiewicziaus ir S. Mason (Prusinkiewicz, 1986, p. 456; Mason, 1994, p. 32) aptariamas muzikos komponavimo pagal L-sistemos kreivių algoritmus būdas iš esmės yra aukščiau aptartos *x-y* plokštumos variantas, tik šįkart ne muzikos kūrinys redukuojamas į dvimatę plokštumą, bet atvirkščiai (kaip matyti toliau teikiamame pavyzdyje): 1) horizontalioji kreivės linija tapatinama su muzikos garsų trukme, 2) vertikaliosios linijos ekvivalentiškos garsų aukščiams. Sudarant tos pačios kreivės 4 rotacijas galimi iš viso 8 jos perskaitymo būdai (4 pvz.).

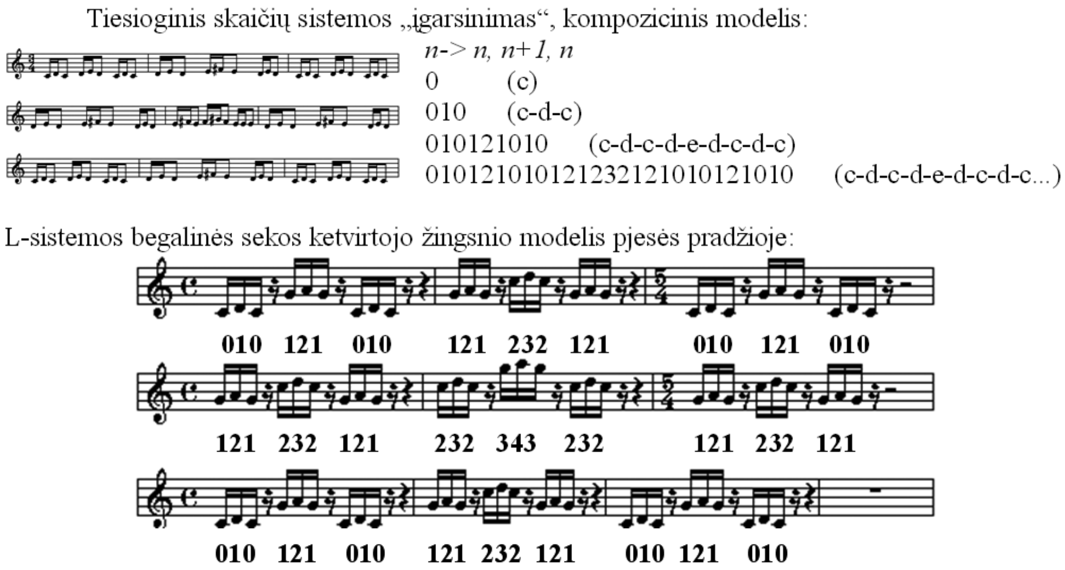
Taigi galima sudaryti 8 melodinius motyvus. L-sistemos kreivėmis (pavyzdžiui, *Gosper* kreive) gali būti komponuojamas muzikinis kontrapunktas – du savarankiški balsai (5 pvz.):



4 pvz. *Gosper* kreivės rotaciniai variantai ir jos muzikinio perskaitymo variantai (pavyzdys iš Mason, 1994, p. 34)



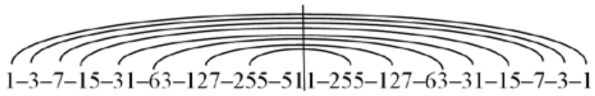
5 pvz. Iš *Gosper* kreivės sudarytas dvibalsis muzikinis kontrapunktas (pavyzdys iš Mason, 1994, p. 33)



6 pvz. T. Johnsono Pjesė Nr. 14 iš ciklo „Rational melodies“

Dar vienas būdas, kaip formaliosios gramatikos principas gali būti pritaikytas muzikos kūrinio komponavimui – tai L-sistemos kreivių išraiškai būdingo repetityvinio kaupiamojo skaičiavimo proceso (kai kiekvieną elementą, pavyzdžiui, skaičių, naujame žingsnyje keičia apibrėžtas elementų kompleksas) taikymas garsų menui. Toks pavyzdys galėtų būti T. Johnsono pjesė fortepijonui Nr. 14 iš ciklo „Rational melodies“ („Racionalios melodijos“, 1981) – jos struktūrą lėmė begalinė skaičių seka (pagal formulę *n-> n, n+1, n*), pritaikius repetityvinį kaupiamąjį skaičiavimą (kai 0 keičiamas į 010, 1 keičiamas į 121, 2 keičiamas į 232 ir t. t.). Pradžioje kompozitorius atskirus skaičius „įgarsino“ (0 – *c*, 1 – *d*, 2 – *e*…) ir „sukonstravo“ begalinės melodijos modelį. Vėliau jis pakeitė skaičių žingsnį/perkėlimą į garsaeilį (t. y. pirmuoju – pagrindiniu išeities tašku pasirinko garsą c^1 (kai „įgarsinama“ kombinacija 010), garsą g^1 (kai 121), garsą c^2 (kai 232) ir t. t.) ir sukomponavo fortepijoninę pjesę (Johnson, 2001) (6 pvz.).

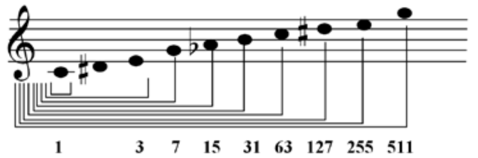
Panašus komponavimo procesas būdingas ir T. Johnsono fortepijoninio ciklo „Music for 88“ („Muzika 88-iems“, 1988) antrajai pjesei „Mersenne numbers“ („Mersenne’o skaičiai“). Komponavimo procesui buvo pasitelkta garsaus XVII a. matematiko ir muzikologo Marine’o Mersenne’o (pavyzdžiui, vienas pirmųjų reikšmingų muzikinei kombinatorikai skirtų darbų buvo kaip tik jo „Harmonie universelle“, 1636) garbei pavadintų skaičių, kuriems būdingos ir pirminių skaičių ypatybės, eilė[14]. Kompozitorius į fortepijono klaviatūrą perkėlė progresiją, t. y. Mersenne’o skaičių seką 1–3–7–15–31–63–127–255–511... elementariai prilygino *Key stroke* (angl. garsų užgavimo kiekio rodiklis). Nors Mersenne’o skaičių eilė yra begalinė (iki šiol kasmet nustatomi nauji daugiaženkliai jos nariai), bet T. Johnsonas į muzikos garsus transkribavo tik pirmuosius devynis Mersenne’o skaičius ir, užpildęs visą anksčiau parodytą garsaeilį, skaičių seką „apgręžė“ ir pjesei suteikė veidrodinio atspindžio/simetrijos struktūrą (7 pvz.):



7 pvz. Pjesės veidrodinio atspindžio/simetrijos struktūra

Tiriant šią pjesę buvo atskleista intriguojanti jos garsaeilio matematinė konstrukcija, kuriai apibrėžti turėjome pasitelkti ne tradicinį, bet vadinamąjį repetityvinį kaupiamąjį skaičiavimą. Juo remiantis garsų užgavimo kiekis pjesėje „auginamas“ Mersenne’o skaičiais ir kompozitorius dėsningai didina garsų seriją (8 pvz.):

pirmąjį skaičių įgarsina vienu garsu c^1,
skaičių 3 – trigarsiu motyvu c^1-dis^1-e^1,
7 – c^1-dis^1-e^1-g^1,
15 – c^1-dis^1-e^1-g^1-as^1,
31 – c^1-dis^1-e^1-g^1-as^1-h^1,
63 – c^1-dis^1-e^1-g^1-as^1-h^1-c^2,
127 – c^1-dis^1-e^1-g^1-as^1-h^1-c^2-dis^2,
255 – c^1-dis^1-e^1-g^1-as^1-h^1-c^2-dis^2-e^2,
511 – c^1-dis^1-e^1-g^1-as^1-h^1-c^2-dis^2-e^2-g^2:



8 pvz. Pjesės garsaeilis pagal Mersenne’o skaičius

Atlikę šio garsų „prieaugio“ analizę nustatėme, kad minimalistine repetityvine technika komponuojama pjesė pavaldi jau anksčiau minėto repetityvinio kaupiamojo skaičiavimo logikai. Kiekvienos naujo Mersenne’o skaičiaus įgarsinimui T. Johnsonas parinko nuoseklų matematinių apskaičiavimų žingsnį: prieš tai buvusios skaičių eilės kiekvienas narys naujoje eilėje dėsningai keičiamas atitinkama skaičių kombinacija.

Norėdami atkurti šį procesą, pjesėje eilės tvarka įvedamus garsus pažymėjome sveikaisiais skaičiais (*c* – 1, *dis* – 2, *e* – 3, *g* – 4, *as* – 6, *h* – 7). Schemoje pateikiamos pirmų šešių Mersenne’o skaičių įgarsinimo kombinacijos (9 pvz.).

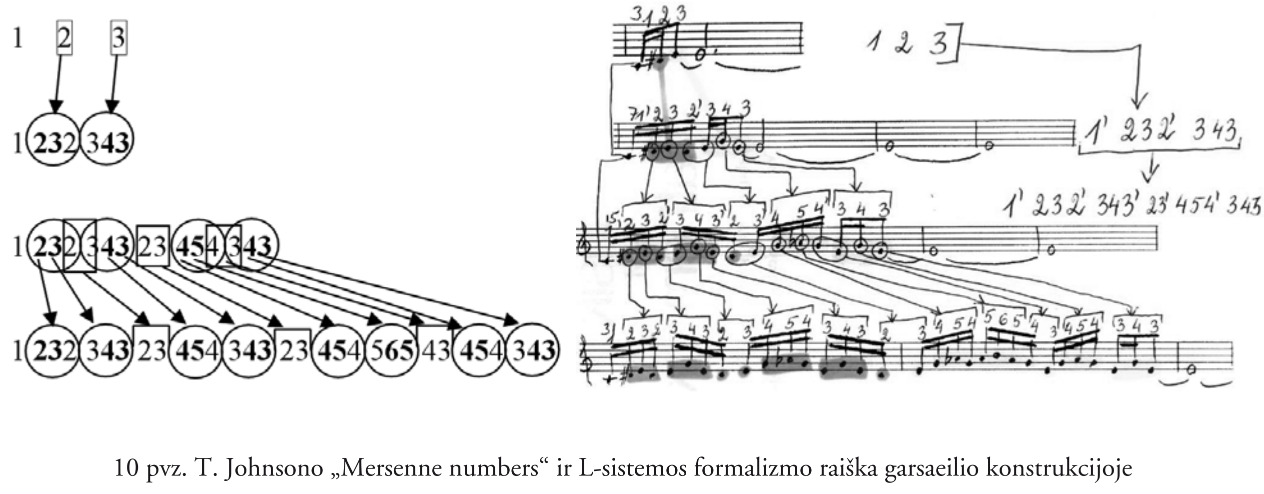
Sudarę šias skaičių sekas įžvelgėme tam tikrą elementų/skaičių kaitos algoritmą, kuriam būdingas XX a. formaliosios kalbos[15] reiškinys – L-sistemos principas, t. y. nuolatinis linijos rekursiškumas/iteracija (ankstesnių elementų, jų kombinacijų sugrąžinimas). Tokios sistemos taikymas muzikoje lemia į save panašių (angl. *self-similar*) garsinių struktūrų komponavimą, itin dažną T. Johnsono kūryboje. Kompozitoriaus fortepijoninėje pjesėje nustatėme, jog nauja skaičių (garsų) eilė buvo sudaroma pritaikius jos elementų keitimo žingsnį. Įgarsinęs pirmą ir antrą Mersenne’o skaičius (1, 3) kito skaičiaus (7) garsinę struktūrą T. Johnsonas komponuoja atlikdamas matematinius veiksmus su prieš tai skambėjusiu skaičiaus 3 motyvu. Nauja eilė sudaroma tokiu būdu: 1) pirmasis jos narys lieka nekintantis *c* – *c*, 1 – 1; 2) antrasis narys keičiamas trigarse kombinacija *dis* – *dis*/*e*/*dis*, 2 – 232; 3) trečiasis narys pakeičiamas kombinacija *e* – *e*/*g*/*e*, 3 – 343.

Taip iš skaičių sekos 1 2 3 gauname jos variantą 1 232, 343, o šio varianto narių suma lygi trečiajam Mersenne’o skaičiui (7). Bet toliau, sudarydamas skaičių 15, 31, 63 ir kitus garsaeilius, T. Johnsonas precizinius matematinius žingsnius pažeidė, nes ne visi skaičiai buvo pakeičiami trimis nariais. Tai paaiškintume taip: atlikę tą patį anksčiau aprašytą matematinį veiksmą su gauta skaičių eile 1 232 343, iš viso naujoje sekoje gautume ne mums reikalingą kitą Mersenne’o skaičių 15, bet 43 narius (nes 1+2x3+3x3+2x3+3x3+4x3+3x3). Nustatėme, jog, siekdamas išlaikyti tą patį matematinių žingsnių konstruktyvumą ir kartu sudaryti Mersenne’o skaičių seką, T. Johnsonas kombinavo skirtingus veiksmus – dviem nariams pritaikė keitimo į tris narius žingsnį, po jų einančių kitų dviejų skaičių nekeitė. Aptartą skaičių sekos principą išreiškėme toliau pateikiama schema ir jos modelį rekonstravome kūrinio partitūroje (10 pvz.).

Akivaizdu, kad T. Johnsonas šios pjesės komponavimo procese pasiūlė vieną ypatingų skaičių sekos sudarymo būdų, matematinius veiksmus perkėlęs į garsų tarpusavio santykius. Vis dėlto toks L-sistemos „įgarsinimas“ labiau iliustruoja techninį šio principo taikymą muzikoje. Kalbėdamas apie jo meninius rezultatus, muzikologas M. Supperis pažymėjo tai, kad remiantis L-sistema „išvestų komponavimo taisyklių nepakanka sukurti nuosekliam ir rišliam kūriniui“ (Supper, 2001, p. 50).

1 c^1	1
3 c^1-dis^1-e^1	1 2 3
7 c^1-dis^1-e^1-dis^1-e^1-g^1-e^1	1 232 343
15 c^1-dis^1-e^1-dis^1-e^1-g^1-e^1-dis^1-e^1...	1 232 343 23 454 343
31 c^1-dis^1-e^1-dis^1-e^1-g^1-e^1-dis^1-e^1...	1 232 343 23 454 343 23 454 565 43 454 343
63 c^1-dis^1-e^1-dis^1-e^1-g^1-e^1-dis^1-e^1...	1 232 343 23 454 343 23 454 565 43 454 343 23 454 565 45 676 565 43 454 565 43 454 343

9 pvz. Garsų „prieaugio“ schema



10 pvz. T. Johnsono „Mersenne numbers“ ir L-sistemos formalizmo raiška garsaeilio konstrukcijoje

3. Fraktalinės geometrijos analogai muzikos kompozicijų struktūrose

Šiuolaikinės muzikos ir matematikos ryšius rodo fraktalinių elementų implikacijos į muzikos audinį. Po B. Mandelbroto atradimų fraktalų geometrijos srityje ši teorija rado atgarsį šiuolaikinių kompozitorių sumanymuose – kaip galimybė kokia nors forma muzikos kompozicijų tekstuose realizuoti fraktalų geometrijos, fraktališkumo aspektus. Geometrinių fraktalų išraiškų XX a. muzikos kompozicijoje tyrimai inspiravo naujus analitinius darbus (Tatlow, 2007; Hsü, 1991; Mason, 1988). Fraktalinius procesus muzikos kompozicijoje aptaria ir patys kompozitoriai – Ch. Dodge'as, G. L. Nelsonas, B. Degazio (Dodge, 1986; Nelson, *Real Time;* Degazio, 1986). Pasak R. Tatlowos, vėlyvuosius kūrinius G. Ligeti vis dažniau grindžia skaitmeninėmis sistemomis, kuriančiomis ypatingą sudėtingumą, arba į muzikos audinį implikuoja grafines fraktalų matematines išraiškas (Tatlow, 2007). P. Griffithsas teigia, kad kūrybiniu trejų metų laikotarpiu, kai G. Ligeti parašė pirmuosius šešis etiudus bei Koncertą fortepijonui (1985–1988), kompozitoriui darė įtaką keli šaltiniai (Griffiths, 2001, p. 694): neeuropietiškos muzikos tyrinėjimai ir kompiuterinės grafikos (konkrečiai – Mandelbroto paveikslų) raiškos naujosiose muzikos kompozicijose galimybės. Pavyzdžiui, fugos technika išsiskiriančiame šeštojo etiudo „Automne à Varsovie" („Varšuvos ruduo") chromatinių slinkčių kuriamuose sluoksniuose įžvelgiamos analogijos su kompiuteriniais Mandelbroto paveikslais (Griffiths, 2001, p. 694). Anot paties G. Ligeti, šiame etiude kuriamas įspūdis, jog pianistas vienu metu skambina 2, 3 ar net 4 tempais: ritminiais akcentais išgaunamą fraktališkumo efektą sukuria dviejų rankų partijose grojama ta pati garsų seka, tačiau dešine ranka akcentuojamas kas penktas, kaire – kas trečias garsas. Taip akcentuotų garsų plane susidaro dviejų greičių efektas. Toliau ritminiais akcentais kompozitorius išgauna iki keturių skirtingų greičių (Ligeti, 1988, p. 5–6). B. Degazio teigia, jog komponuojant pjesę „Roads to Chaos" („Chaoso link", 1986) buvo panaudoti fraktaliniai procesai (Degazio, 1986, p. 440). Fraktalų, chaoso, dirbtinio proto, kvaternionų, pakartotų funkcijų sistemų, L-sistemos teorijas savo kūrybos šaltiniais laiko G. L. Nelsonas (Nelson, *Sonomorphs*, p. 2). Pavyzdžiui, mikrotoninei kompozicijai „Fractal Mountains" (1988–1989) G. L. Nelsonas pritaikė rekursinį laiko, garso aukščio ir amplitudės (garsų kiekio) dalijimą pagal fraktalų algoritmą. Kompozitorius šios pjesės formą sieja su fraktaliniu modeliu. Kaip grafinį pavyzdį pasitelkęs fraktalinį kalnų kontūro braižymo principą, jis formuoja mikrotoninės pjesės „Fractal Mountains" („Fraktalų kalnai") garsų sistemą, kurioje oktavą išdalija į 96 lygius intervalus po 12,5 centų (Nelson, *Real time*, p. 3).

Kalbėdama apie tai, kaip fraktalų fenomenas gali pasireikšti muzikos kūrinyje, H. Järveläinen teigia, kad esminiai fraktalų matematikos taikymo muzikos komponavimui metodai remiasi garsų parinkimu pagal fraktalinius objektus (Järveläinen, 2000, p. 8)[16]. Pavyzdžiui, T. Johnsono pjesei Nr. 15 iš ciklo „Rational melodies" pritaikytas fraktališkumo principas santykiu 2:1. Anot kompozitoriaus, šią pjesę modeliuoja 15-garsė seka (Johnson, 2001), iš kurios atrinkus kas antrą (pirmą, trečią, penktą ir t.t.) garsus, gaunama ta pati garsų seka, t.y. save kartojanti melodija:

11 pvz. T. Johnsono Pjesės Nr. 15 iš ciklo „Rational melodies" garsaeilio fraktališkumas santykiu 2:1

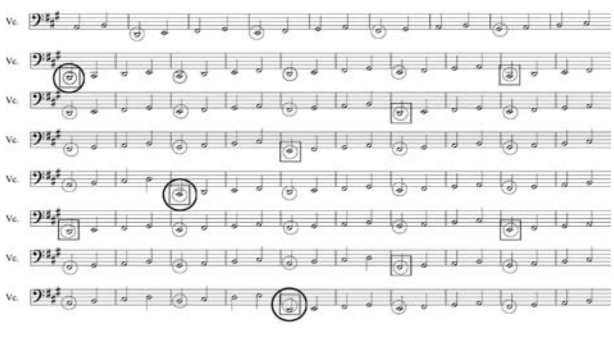
Fraktalų ypatybių perkėlimo į XX a. antrosios pusės muzikos kompoziciją atvejus atskleidžia Ch. Dodge'o, V. V. Jurgučio ir Š. Nako kūrinių tyrimai. Vytauto V. Jurgučio kūrinyje „Fractals" („Fraktalai", 1999) fraktališkumo fenomenas formuoja garsaeilio struktūrą atskirų instrumentų partijose, Charleso Dodge'o kompozicijoje „A Fractal for Wiley Hitchcock" („Fraktalas Wiley Hitchcockui", 1989) fraktališkumas buvo įžvelgtas formuojant ritminį piešinį, Šarūno Nako opuso „Ziqquratu" („Zikuratas", 1998) garsaeilių reljefe įžvelgiami pseudofraktališkumo aspektai.

Fraktališkumo implikacijos Vytauto V. Jurgučio „Fractals" (1999) garsaeilyje

V. V. Jurgutis teigia, kad „Fractals" kiekvieno partitūroje skambančio instrumento[17] partija buvo komponuojama pasitelkus fraktalų principą, kurio algoritmu kompiuteriu kompozitorius generavo muzikos garsų eiles. Atlikus kūrinio analizę paaiškėjo, kad V. V. Jurgutis pritaikė fraktališkumo ypatybes analogiškai anksčiau aptartų T. Johnsono fortepijoninių pjesių ar kompiuterinės „Musinum" programos techninio metodo atvejams. Analizuojant V. V. Jurgučio kompoziciją nustatyta, kad atskirų instrumentų partijose skambantys garsaeiliai išlaiko panašumo į save principą. Pavyzdžiui, pirmojo fortepijono melodinę liniją (partitūroje žymima „Keyboard I") kompozitorius konstravo garsaeilio *fis-moll* garsais diatoniškai kylančiomis kvintų intervalų sekomis (žr. 12 pvz.). Garsaeilio atsikartojimas trijuose lygiuose išryškino šiai partijai būdingą fraktališkumą. Sudarėme garsaeilių kartojimo schemą, kurioje matyti, kaip iš pradinio mikromodelio *fis-gis-a-h-cis-d-e-fis* garsų susidarė to paties garsaeilio stambesnio mastelio makromodeliai (žr. 13 pvz.).

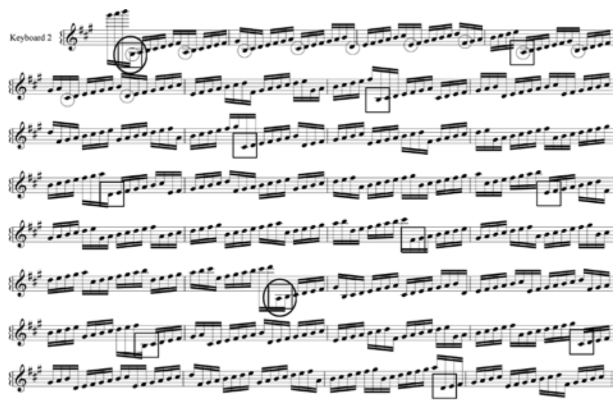
12 pvz. V. V. Jurgučio „Fractals“ pirmojo fortepijono partija (1–9 t.), konstruojama diatoniškai kylančiomis kvintomis

fis-gis-a-h-cis-d-e-fis
gis-a-h-cis-d-e-fis-gis
a-h-cis-d-e-fis-gis-a
h-cis-d-e-fis-gis-a-h
cis-d-e-fis-gis-a-h-cis
d-e-fis-gis-a-h-cis-d
e-fis-gis-a-h-cis-d-e
gis-a-h-cis-d-e-fis-gis
a-h-cis-d-e-fis-gis-a
h-cis-d-e-fis-gis-a-h
cis-d-e-fis-gis-a-h-cis
d-e-fis-gis-a-h-cis-d
e-fis-gis-a-h-cis-d-e
fis-gis-a-h-cis-d-e-fis
a-h-cis-d-e-fis-gis-a
h-cis-d-e-fis-gis-a-h
cis-d-e-fis-gis-a-h-cis
d-e-fis-gis-a-h-cis-d
e-fis-gis-a-h-cis-d-e
fis-gis-a-h-cis-d-e-fis
gis-a-h-cis-d-e-fis-gis ir t. t.



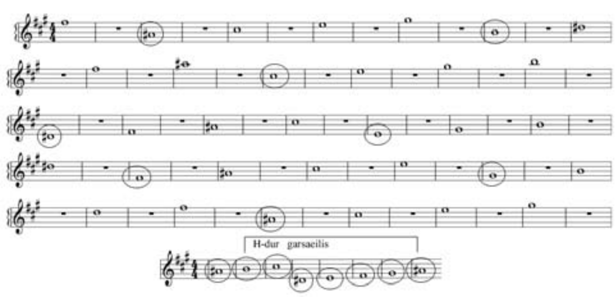
13 pvz. V. V. Jurgučio „Fractals“ violončelės partijos atkarpa (73–151 t.), konstruojama diatoniškai kylančiais tetrachordais

Save patį kartojančio garsaeilio modelį nustatėme ir violončelės partijos tetrachordinių (keturgarsių) slinkčių struktūroje. Anksčiau pateiktame partitūros fragmente matyti, kad violončelės partijai kompozitorius pritaikė algoritminį projektą – kaskart vis nuo kito *fis-moll* garso sudaromą aukštyn kylančių keturių tetrachordų grupę keičia nauja tetrachordų grupė, pradedama jau nuo žemesnio garso, lyginant su pirmosios tetrachordų grupės pradžia. Analogišku metodu buvo sudaromos ir antrojo fortepijono (partitūroje žymima „Keyboard II“) garsų sekos, šįkart manipuliuojant diatoninio septynių narių garsaeilio struktūra. Fraktališkumas šioje partijoje išryškėja makrogarsaeilių slinktyse keturiais lygmenimis.



14 pvz. V. V. Jurgučio „Fractals“ antrojo fortepijono partija (71–102 t.), konstruojama diatoniškai kylančiomis garsų sekomis

Saksofono partiją sudaro melodinės septakordų grandinės sveikosiomis ritminėmis vertėmis *fis-moll* garsų [18]. Čia taip pat stambesniu planu suformuojamas garsaeilis natūraliojo *H-dur* garsais:



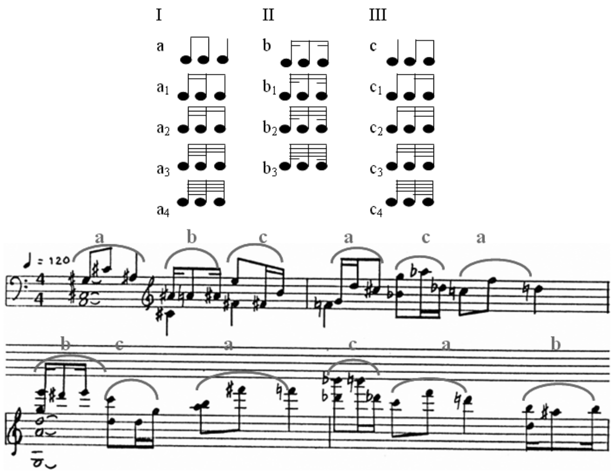
15 pvz. V. V. Jurgučio „Fractals“ saksofono partijos septakordų grandinės ir *H-dur* garsaeilis

Šios kompozicijos pavyzdžiu atskleidėme, kokiu būdu fraktališkumo ypatybės gali lemti muzikos kūrinio garsų parametro formavimą. Toliau pateikiama Ch. Dodge’o kompozicijos analizė įrodo kito muzikinio parametro – muzikinio ritmo komponavimą implikuojant fraktalinius dėsningumus.

Charleso Dodge'o „A Fractal for Wiley Hitchcock" (1989) ritmo fraktališkumas

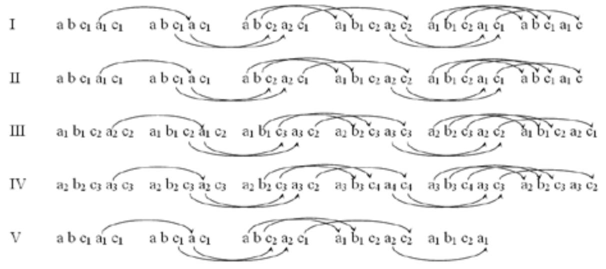
Komponuodamas pjesę fortepijonui „A Fractal for Wiley Hitchcock", Ch. Dodge'as fraktališkumo pricipu pasinaudojo organizuodamas šios pjesės ritminį audinį. Šis principas lėmė garsų trukmės aspektą, tų pačių ritminių formulių atkartojimą augmentuotais ar diminuotais pavidalais. Ritminio piešinio analizė parodė, jog kiekvieną iš penkių pjesės padalų, užrašius pasikartojančius ritminius modelius/formules, sudaro šešių ritminių blokų kompleksas.

Susisteminę kompozitoriaus naudojamas ritmines fomules sudarėme schemą. Schemoje išryškėjo, jog fortepijoninėje pjesėje skamba trijų tipų ritminės formulės: trečioji ritminių formulių grupė (III) yra pirmosios retrogradas, antrajai būdingas veidrodinis atspindys. Taip pat krito į akis, kad kiekvieną grupę sudarančios ritminės formulės yra pirmojo modelio diminucijos. Pažymėję formules raidiniais atitikmenimis ta eilės tvarka, kuria kompozitorius jas pateikė partitūroje (I – a, II – b ir III – c), žymenis perkėlėme į natų pavyzdį:



16 pvz. Ch. Dodge'o „A Fractal…" ritminių formulių kaita (1–4 t.)

Kompozicijos ritminio parametro tyrimą papildę visos partitūros redukavimu į ritminių formulių sekas nustatėme, jog kūrinio tėkmėje išlaikomas nekintantis eiliškumo modelis: pjesės ritmą kompozitorius modeliavo ta pačia penkių elementų grandine a–b–c–a–c. Toliau pateiktoje „A Fractal…" viso ritminio piešinio raidinių ekvivalentų schemoje matyti kombinatorinės manipuliacijos ritminėmis formulėmis – penkių narių grandinėje progresiškai keičiama nuo vieno iki keturių elementų, nuosekliai laikantis skaičių sekos 1–2–3–2–4 (pereinant iš pirmos į antrą grandinę keičiamas vienas narys – viena ritminė formulė, iš antros į trečią – du, iš trečios į ketvirtą – trys, iš ketvirtos į penktą – du bei iš penktos į šeštą – keturi grandinės nariai) (17 pvz.).

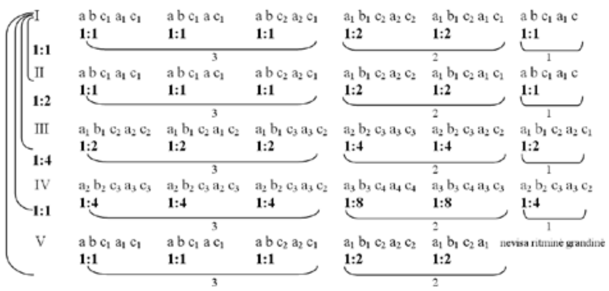


17 pvz. Ch. Dodge'o „A Fractal..." ritminė struktūra, užrašyta raidiniais simboliais

17 pvz. pateiktoje schemoje tapačių ritminių formulių grandines sieja matematinė diminucija – kiekvienos kitos grandinės ritmo vertės yra dvigubai mažesnės negu prieš tai buvusios. Štai pirmos padalos ritminis piešinys:

18 pvz. Ritminių formulių grandinės diminucinis komponavimas

Analogiškai ir kitos ritminės grandinės tarpusavyje siejamos diminuciniais to paties ritminio modelio variantais, atkartojančiais skaitmeninį santykį 1:2:4:8. Taigi visa fortepijoninė kompozicija grindžiama nuolatiniu vieno ritminio šablono kartojimu, dėsningai grindžiamu skaitmeniniais santykiais:



19 pvz. Ch. Dodge'o „A Fractal..." nuolatinis ritminės struktūros kartojimas

Nuolatinę manipuliaciją originaliais ir įvairiais diminuotais tų pačių formulių pavidalais galima apibūdinti kaip Ch. Dodge'o kompozicijos ritminiam piešiniui būdingą fraktališkumo tendenciją (veikiausiai tuo remdamasis kompozitorius pjesę pavadino „Fraktalu"), kitaip sakant, pseudofraktališkumo raišką.

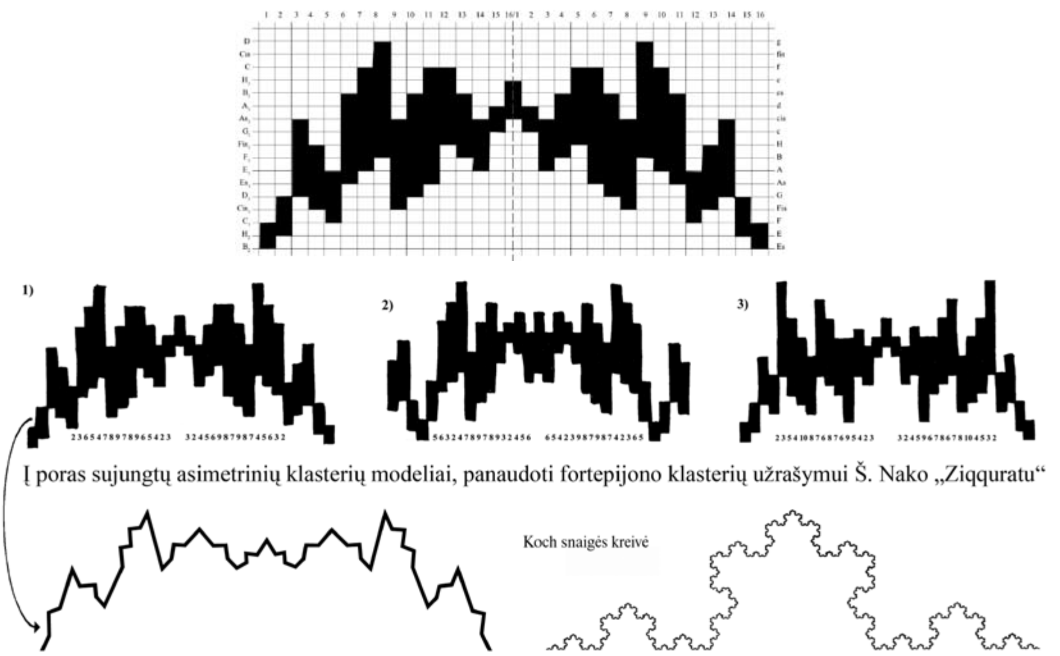
Pseudofraktališkumo elementais grindžiama ir Šarūno Nako kompozicija „Ziqquratu“ (1998) – atskirų kompozicijos melodinių atkarpų garsinė sankloda pagrįsta kvazifraktalinės prigimties principais, kurie vizualiai artimi fraktalo – *Koch* snaigės – išraiškai.

Š. Nako „Ziqquratu“ ir pseudofraktališkumas

Š. Nako kompozicijos „Ziqquratu“ instrumentų ansambliui[19] racionaliai sukomponuota struktūra įrodo, jog ritminį kūrinio planą formavo iš skaičių 7 ir 5 sudarytų magiškųjų kvadratų logika. Tačiau šios kompozicijos garsų organizavime, ypač fortepijono partijoje, atsiskleidžia pseudofraktališkumo reiškinys. Užrašius fortepijono garsų skales nustatyta, jog šio instrumento partiją Š. Nakas komponavo simetrinių ir asimetrinių klasterių deriniais. Sudarius šių (asimetrinių[20]) sąskambių struktūros grafinę transkripciją, išryškėjo dėsningumai, asimetrinių klasterių tarpusavio sąsajos, pagrįstos per atstumą kuriamos simetrijos principu. Palyginimui pateikiame 38 ir 192 taktuose skambančių asimetrinių darinių grafinius modelius (20 pvz.).

Š. Nakas fortepijono partijos komponavimui pasitelkė iš viso tris simetriškus grafinius modelius, jų dalis „išmėtydamas“ muzikos kūrinyje tam tikru atstumu. Palyginus šiuos modelius su fraktalinės *Koch* snaigės struktūros[21] ypatumais, matyti pseudofraktališkumo aspektas – fortepijono klasterių reljefe įžvelgtos snaigės kontūrų analogijos. Sujungus viršutinės klasterio ribos garsų aukščius į atitinkamas trikampes figūras, gauta figūra buvo palyginta su *Koch* snaigės kreivės dalimi (21 pvz.).

„Ziqquratu“ klasterių interpretacija, siejanti fortepijono partijos garsų dinamiką su fraktalų geometrijos pavyzdžiu – *Koch* snaige, yra vizualiai grindžiamas bendrų požymių iškėlimas. Todėl tokį muzikos kompozicijos grafinės išraiškos atvejį teisingiausia apibūdinti kaip muzikos garsų organizavimui būdingą pseudofraktališkumą. Ir Š. Nako, ir anksčiau aptartos Ch. Dodge’o ir V. V. Jurgučio kompozicijų analizės rodo, kaip XX a. pabaigos kompozitoriai muzikos kūrinio garsų aukščiams ir ritminiam parametrui pritaiko fraktalinio fenomeno ypatybes.



20 pvz. Asimetriški klasteriai Š. Nako „Ziqquratu“ kompozicijoje (įvedami nuo 38 ir 192 t.)

21 pvz. Š. Nako „Ziqquratu“ fortepijoninio klasterio kreivė ir *Koch* snaigės fraktalas

4. Stochastinės muzikos praktika, Markovo grandys

Dažniausiai XX a. antrojoje pusėje modernių matematikos teorijų elementų implikavimas siejamas su kompiuteriniu muzikos kompozicijos kūrimu. Tai sudėtingų matematinių algoritmų transkribavimas į muzikos garsus, kurį kompozitorius atlieka kompiuteriu. Tada kalbėti apie tokių muzikos kūrinių analizę darosi sudėtinga, nes dažniausiai jie ne tik neužrašomi tradicine notacija, bet fiksuojami specifine programavimo kalba. Muzikos kūrimui pritaikomi stochastiniai procesai, chaoso, tikimybių ar grupių teorijos – tai kompozitorius dažniausiai atlieka kompiuterinėmis programomis, ir apie šį reiškinį muzikologijos sferoje įmanoma kalbėti labiau išryškinant pačią tendenciją – šias teorijas diegti į XX a. antrosios pusės kompozicijas. XX a. pasitaikantys stochastinės muzikos pavyzdžiai[22] apibūdinami kaip aktyvi šiuolaikinės matematikos raiška XX a. muzikos kūryboje. Stochastinių procesų ir algoritmų naudojimą galima paaiškinti kompozitorių siekiu muzikos komponavimo procese niveliuoti kognityvųjį tikimybiškumą/numatomumą. Toks tikimybių apskaičiavimas tapo kokybiškai nauja muzikinio vyksmo reguliavimo priemone. Dar L. B. Meyeris atkreipė dėmesį į tikimybinę muzikos prigimtį, jos neapibrėžtumą ir teigė: „Kai tik muzikos stilius suformuoja įprastines kompozitorių, atlikėjų ir išsilavinusių klausytojų reakcijas, jis gali būti laikomas sudėtine tikimybių sistema“ (Meyer, 1997, p. 209)[23]. Šis tyrinėtojas įžvelgė muzikos vyksmui būdingų Markovo teorijos elementų bei reiškinių atspindžių, kurių priežastinės tikimybės procesai[24] tinkamiausiai išreiškia muzikos stochastinius procesus.

Remdamiesi I. Xenakio kūryba, V. Cenova ir A. Smirnovas diferencijavo stochastinės muzikos kompozicijos kūrimo matematinius metodus. Tai: a) laisvoji stochastinė muzika (kūrimas remiantis tikimybių teorija), b) Markovo stochastinė muzika (jos kūrimas pagal Markovo grandis – tai tikimybių procesai, kuriuose esama situacija priklauso nuo prieš tai buvusios, bet ne nuo ankstesnių visų situacijų), c) muzikinė strategija (komponavimas grindžiamas grupių teorija) (*Теория современной композиции*, 2005, p. 515).

I. Xenakio kompozicijoms būdinga stochastinių procesų praktika įsiliejo į muzikos kūrinio trukmės, tempo, garsų aukščio parametrus. Rutha Tatlow teigia, kad šis kompozitorius skaitmenines kalkuliacijas pasiskolino iš tikimybių teorijos (Tatlow, 2001, p. 236). Pavyzdžiui, kūrinyje „Pithoprakta“ (1955) tikimybių procesais pagrįstos garsų trukmės – remiantis kinetine dujų teorija buvo kuriamos styginių partijos *glissando* atkarpos. O kompozicijoje „Achorripsis“ (1957) tembro, aukščių, dinamikos, trukmės elementų veiksmai sureguliuoti pagal Poissono atsitiktinumų teoriją[25] (*Теория современной композиции*, 2005, p. 515). 1959 m. I. Xenakis sukūrė tris kompozicijas remdamasis Markovo grandimis (tai „Analogique A“ styginių orkestrui, „Analogique B“ sinusoidiniam skambesiui ir „Syrmos“ aštuoniolikai styginių).

Tikimybių teorijos taikymo muzikos kompozicijoje pavyzdys – ir J. Cage’o idėja, kaip mėtant kauliukus užrašyti atsitiktinius garsus[26]. Tai iliustruoja J. Cage’o pjesė „Reunion“ (1968) – žaidimo šachmatais ant šachmatų lentos su fotoreceptoriais metu žaidėjo veiksmai sukelia garsus (ši kompozicija kaskart skambės vis kitaip, nes žaidžiant šachmatais ėjimai vis kitokie).

5. Chaoso, grupių teorijų įtaka muzikos komponavimui

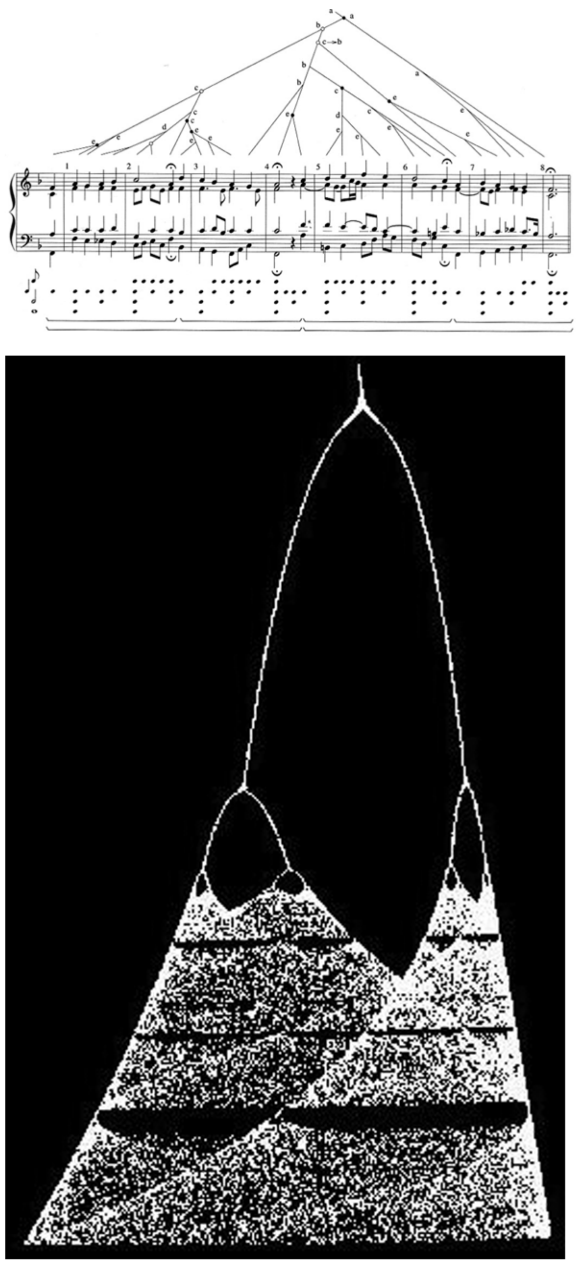
Dažnai sąvoka „chaosas“ vartojama kaip sąvokos „kosmosas“ (tvarkos, darnos sinonimo) priešybė. Tačiau chaosas yra organizuota, vidaus taisyklėms paklūstanti sistema. Tam pritaria ir L. Hilleris, tvirtinantis, jog chaoso reiškiniui muzikoje būdingas „tvarkymo procesas“ – kai iš begalinės galimybių įvairovės, t. y. chaoso, atrenkami ir tvarkingai sudėstomi konkretūs muzikiniai elementai“ (*Теория современной композиции*, 2005, p. 514). S. Mason, M. Saffle’as ir H. Schütz chaoso teorijos implikacijas muzikoje laiko matematiškumo apraiškomis (Mason, 1988, p. 794).

Chaoso atkūrimą XX a. muzikoje galima skirti į grynai techninį, matematiškai pagrįstą ir labiau abstrahuotą, semantinį šio reiškinio perteikimą. Pavyzdžiui, R. Wallinas teigia, kad G. Ligeti kūrybai būdingas estetinis chaoso kūrimas garsų skambesyje, tai tampa savotiška inspiracija garsų skambesiu išreikšti chaotiškumo efektą[27]. H. Schütz teigia, kad G. Ligeti etiudas Nr. 1 „Désordre“ (1985) yra chaoso muzikoje atspindys (Mason, 1988, p. 796), o T. Kunze Briseno šią kompoziciją pavadino „chaoso ir tvarkos antagonizmo garsine percepcija“[28]. Matematinių chaoso elementų taikymą XX a. muzikos kūryboje iliustruoja dr. Leono Chua chaotiškosios sistemos atkūrimas kompozitorės I. Choi kompiuterinėje kompozicijoje „Anti-Odysseus“ (1995), kurioje pritaikytas laiko negrįžtamumo (angl. *Irreversibility of Time*) fenomenas[29]. M. Supperis nurodo kompozicijų generavimui kompiuteriu taikomą algoritminį modelį – ląstelių automatus (angl. *Cellular Automata*[30]), kurie lėmė, pvz., I. Xenakio pjesės „Horos“ (1986) orkestrinių klasterių dinaminę eigą, atkūrusią ląstelių automatų augimo procesus (Supper, 2001, p. 53). Vienas pirmųjų garsų sintezės (angl. *Granular Synthesis*[31]) reiškinį muzikoje pritaikė kanadietis B. Truaxas kompozicijoje „Riverun“ (1986). Anot H. Ehrlerio, šiuo reiškiniu rėmėsi korėjiečių kompozitorė U. Chin savo elektroninėse kompozicijose: pjesės elektroniniams instrumentams ir ansambliui „Xi“ (1998) ir šeštojo etiudo fortepijonui „Grains“ (1999) muzikinis procesas išrutuliojamas iš mažytės ląstelės – vieno vienintelio garso (Ehrler, 2003).

A. Alpernas aptaria dar vieną chaoso teorijos aspektą kaip XX a. muzikos komponavimo modelį – tai populiacijos augimo procesus išreiškianti matematinė formulė $X=P\times X\times(1–X)$, be to, vadinama logistinio skirtumo, arba Verhulsto, lygtimi[32] (Alpern, 1995, p. 6). Kaip šiai matematinei formulei galima suteikti muzikinę išraišką, iliustruoja G. L. Nelsono kompozicija „The Voyage of the Golah Iota" („Kelionė laivu *Golah Iota*", 1993). Kompozitorius savo kūriniui pritaikė granulių sintezės ir chaoso teorijos bruožus, kompiuterio programoje įvedęs šių teorijų aspektus[33], taip pat panaudojo genetinius algoritmus (Nelson, 1994, p. 1). Komponavimo priemone pasirinkęs minėtąją logistinio skirtumo lygtį, kompozitorius nurodė matmens *P* skaitmeninius vaiantus nuo 1,0 iki 4,0, matmens *X* – nuo 0,0 iki 1,0 ir kompiuteriu grafiškai išreiškė lygties duomenis. Kompiuterinės kompozicijos „Voyage of the Golah Iota" galutinis – muzikinis – rezultatas buvo gautas minėtą grafinį vaizdą (t. y. skaitmeninius jo rodiklius) transformavus į muzikinį formatą.

Analogijų su chaoso teorijos elementais galima įžvelgti XX a. muzikos analizei naudojamose muzikos struktūros schemose, vaizduojančiose sintaksinių elementų – garsų, motyvų, frazių grupavimo logiką. Šių elementų tyrinėjimu paremta F. Lerdahlio ir R. Jackendoffo generatyvinė tonaliosios muzikos teorija apie muzikos kūrinio hierarchinių lygių nustatymą ir muzikos percepciją. Jų tyrimų vizualizacijai taikomi generatyvinės gramatikos principai. Pavyzdžiui, M. Farbood savo darbe teikia F. Lerdahlio sudarytą J. S. Bacho choralo schemą, iliustruojančią, kaip prolongacijos medis grafiškai išreiškia choralo garsų tarpusavio santykius, grupavimo dėsningumus ir hierarchiją (Farbood, 2006, p. 32). Pastebėjome, kad ši schema neabejotinai rezonuoja su vienos iš chaoso teorijos lygčių grafika – anksčiau minėtos, populiacijos reiškinį nagrinėjančios Verhulsto lygties vizualizacija (22 pvz.).

XX a. muzikos matematizavimo kryptį atspindi matematinės grupių teorijos įterpimo į muzikos kūrybos procesą galimybės. Grupių teorijos atitikmenys įžvelgiami ir muzikos analitikoje. Pavyzdžiui, muzikos transformacinės teorijos autorius muzikologas D. Lewinas savo teiginius grindė matematine grupių teorija, tyrinėdamas galimybę išreikšti muzikos sudėtingumą kaip transformacijų tinklą ir atlikdamas muzikos intervalų, jų transformacijų analizę. Grupių teorijos įtaką muzikinio garsaeilio teoriniams tyrimams įžvelgia S. Mason, M. Saffle'as ir H. Schütz, jie nurodo, kad dvylikatonės garsų sistemos užrašymas skaitmenine seka atitinka modulio 12 principą – grupė C12 sudaroma iš dvylikos jos elementų – šiuo atveju garsų (*c* – 0, *cis* – 1, …, 11). Šių muzikologų nuomone, grupių teorijos atgarsius XX a. muzikos komponavimo praktikoje iliustruoja M. Babbitto „Trys pjesės fortepijonui" (1947) (Mason, 1988, p. 797). Tyrinėtojų dėmesį[34] ypač patraukė I. Xenakio kompozicija violončelei solo „Nomos alpha" (1965), kuri buvo komponuojama remiantis grupių teorijos principais. R. Peckas teigia, jog pati „Nomos alpha" nėra stochastinė kompozicija *per se*, tačiau joje matomi stochastiniai momentai, kaip antai asimetriškumas, neperiodiškumas, kartojimo vengimas (Peck, 2003, p. 113).

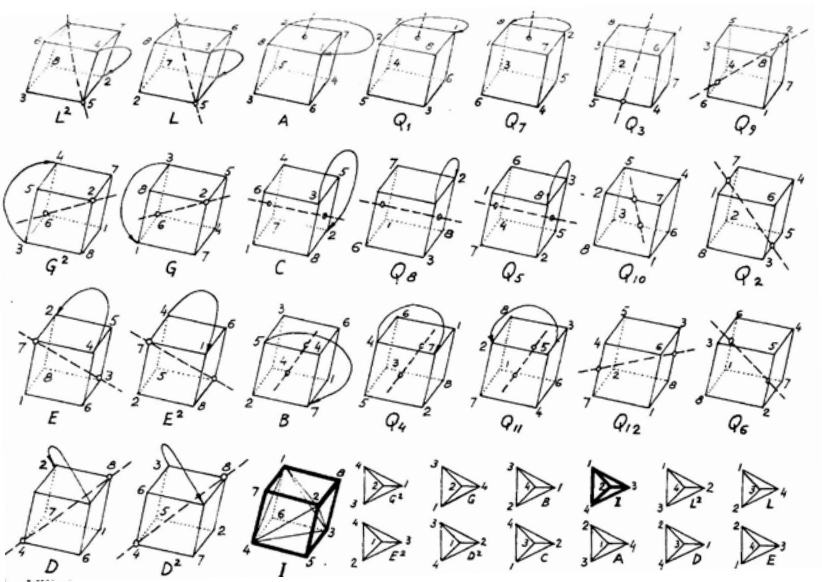


22 pvz. M. Farbood sudaryta J. S. Bacho Choralo analizė – prolongacijos medis, metro tinklelis (pavyzdys iš Farbood, 2006, p. 32)

Pasak T. Delio, „Nomos alpha" – tai muzikos kūrinys apie laiką, pagrįstas dialektine laiko koncepcija: dviejų elementų – diskretaus ir nenutrūkstamo – kombinacija. J. Vriendo manymu, variacine technika sukomponuotą pjesę nepaprastai sudėtinga suvokti: klausantis ji priimama kaip nutrūkstanti muzika (Peck, 2003, p. 110, 116).

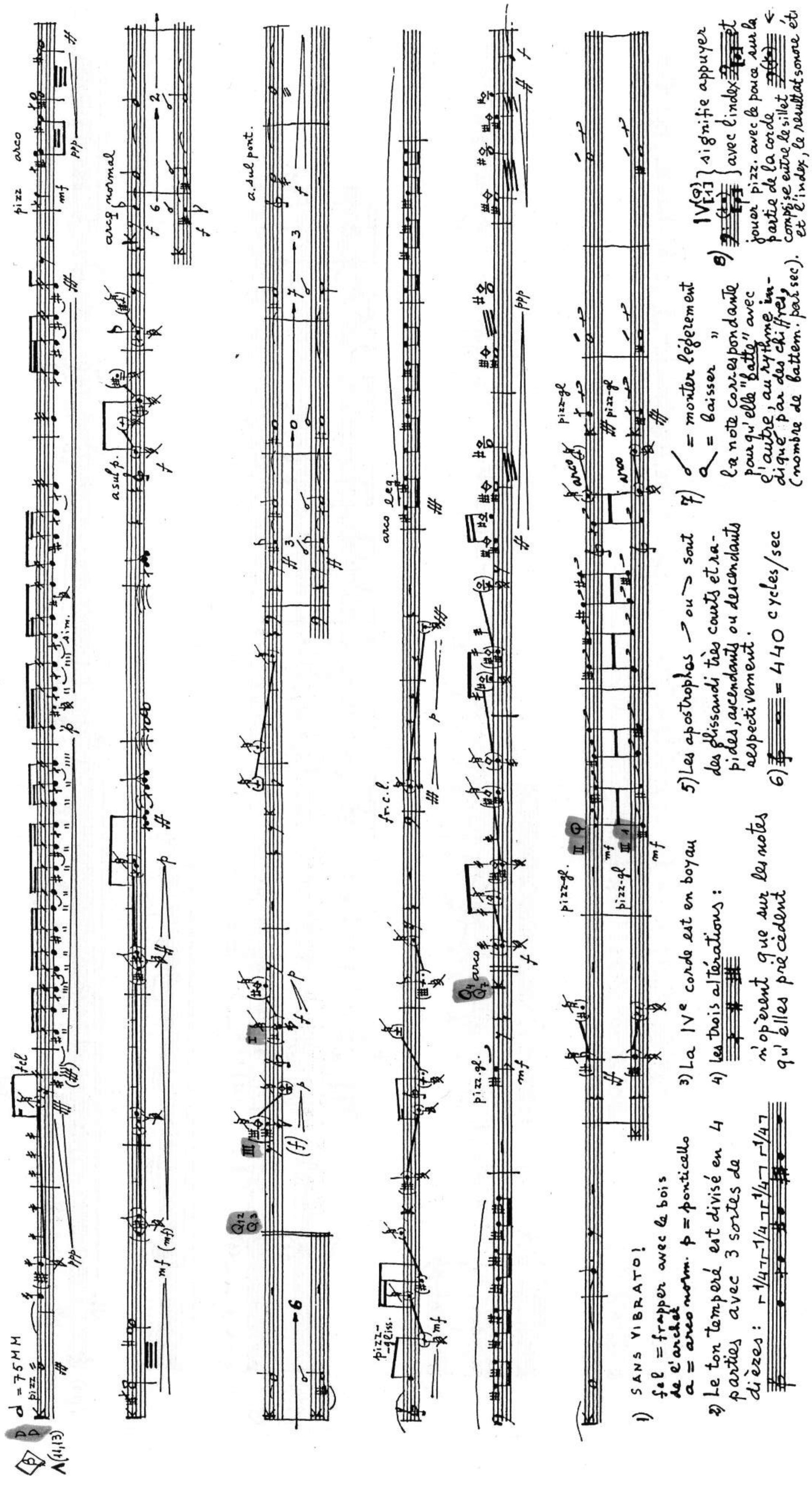
E. Jonesas atkreipė dėmesį, jog šioje kompozicijoje I. Xenakis siekia efektingų kraštutinumų – tarsi sukuria naujas galimybes, kaip išgauti „nykumą, klaikumą, agresiją ar hiperaktyvumą“ (Jones, 2002, p. 73). Kompozicijoje skamba labai platus registras – diapazonas išplečiamas iki daugiau nei septynių oktavų nuo C_1 iki e^4 (ketvirta violončelės styga suderinta visa oktava žemiau).

Remiantis I. Xenakio pateiktu išsamiu „Nomos alpha“ kūrybinio proceso aprašymu, jį sudarė išankstiniai komponavimo planai, įvairių matematinių struktūrų transformavimas į muziką (Xenakis, 1992, p. 220). Muzikos kūrinio sudėtingumą lėmė kompleksinės I. Xenakio manipuliacijos matematiniais elementais – garsų sutvarkymui pritaikyta grupių teorijos ir kubo rotacijų idėja[35] (Mason, 1988, p. 797). R. Peckas kūrinį skaido į dvi dalis, kontrastuojamas dviem būdais-procesais: 1) abstrakti struktūra iš 8 elementų, iš kurių sudaromos permutacinės schemos, 2) nenutrūkstama ištisinė struktūra. Pirmoji dalis skaidoma į 18 atkarpų, kurių kiekviena dar skaidoma į 8 sekcijas, organizuojamas permutacijomis pagal grupių transformacijų principą (iš viso manipuliuojama 144 sekcijų derinimu) (Peck, 2003, 118). Į minėtų 8 elementų transformacijas kompozitorius kaip tik ir implikavo kubo rotacijos principus, į muzikos garsus perkeldamas grupių teorijos elementus. Šiuos veiksmus I. Xenakis schematiškai atkūrė savo studijoje, nubraižydamas naudotas kubo rotacijų galimybes ir sudarydamas perstatymų lentelę/kvadratą:



↓	I	A	B	C	D	D^2	E	E^2	G	G^2	L	L^2	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Q_7	Q_8	Q_9	Q_{10}	Q_{11}	Q_{12}
I	I	A	B	C	D	D^2	E	E^2	G	G^2	L	L^2	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Q_7	Q_8	Q_9	Q_{10}	Q_{11}	Q_{12}
A	A	I	C	B	G	L	G^2	L^2	D	F	D^2	E^2	Q_7	Q_4	Q_5	Q_2	Q_3	Q_{12}	Q_1	Q_{10}	Q_{11}	Q_8	Q_9	Q_6
B	B	C	I	A	L^2	E	D^2	G	E^2	L	G^2	D	Q_6	Q_9	Q_8	Q_{11}	Q_{10}	Q_1	Q_{12}	Q_3	Q_2	Q_5	Q_4	Q_7
C	C	B	A	I	E^2	G^2	L	D	L^2	D^2	E	G	Q_{12}	Q_{11}	Q_{10}	Q_9	Q_8	Q_7	Q_6	Q_5	Q_4	Q_3	Q_2	Q_1
D	D	L^2	E^2	G	D^2	I	C	L	E	A	B	G^2	Q_3	Q_6	Q_4	Q_1	Q_{11}	Q_{10}	Q_8	Q_9	Q_7	Q_2	Q_{12}	Q_5
D^2	D^2	G^2	L	E	I	D	G	B	C	L^2	E^2	A	Q_4	Q_{10}	Q_1	Q_3	Q_{12}	Q_2	Q_9	Q_7	Q_8	Q_6	Q_5	Q_{11}
E	E	L	G^2	D^2	B	L^2	E^2	I	A	D	G	C	Q_{11}	Q_5	Q_6	Q_8	Q_7	Q_9	Q_2	Q_{12}	Q_3	Q_1	Q_{10}	Q_4
E^2	E^2	G	D	L^2	G^2	C	I	E	L	B	A	D^2	Q_{10}	Q_7	Q_9	Q_{12}	Q_2	Q_3	Q_5	Q_4	Q_6	Q_{11}	Q_1	Q_8
G	G	E^2	L^2	D	L	A	B	D^2	G^2	I	C	E	Q_5	Q_{12}	Q_2	Q_7	Q_9	Q_8	Q_{10}	Q_{11}	Q_1	Q_4	Q_6	Q_3
G^2	G^2	D^2	E	L	C	E^2	L^2	A	I	G	D	B	Q_9	Q_3	Q_{12}	Q_{10}	Q_1	Q_{11}	Q_4	Q_6	Q_5	Q_7	Q_8	Q_2
L	L	E	D^2	G^2	A	G	D	C	B	E^2	L^2	I	Q_2	Q_8	Q_7	Q_5	Q_6	Q_4	Q_{11}	Q_1	Q_{10}	Q_{12}	Q_3	Q_9
L^2	L^2	D	G	E^2	E	B	A	G^2	D^2	C	I	L	Q_8	Q_1	Q_{11}	Q_6	Q_4	Q_5	Q_3	Q_2	Q_{12}	Q_9	Q_7	Q_{10}
Q_1	Q_1	Q_7	Q_{12}	Q_6	Q_9	Q_5	Q_8	Q_2	Q_{11}	Q_{10}	Q_3	Q_4	A	L^2	D^2	E^2	L	B	I	G^2	G	E	D	C
Q_2	Q_2	Q_{11}	Q_9	Q_4	Q_{10}	Q_6	Q_1	Q_8	Q_3	Q_{12}	Q_7	Q_5	E	I	G	C	L^2	D^2	L	E^2	B	D	A	G^2
Q_3	Q_3	Q_8	Q_5	Q_{10}	Q_7	Q_{11}	Q_9	Q_6	Q_{12}	Q_2	Q_4	Q_1	L^2	G^2	I	L	B	E^2	D	A	E	C	D^2	G
Q_4	Q_4	Q_9	Q_{11}	Q_2	Q_8	Q_{12}	Q_7	Q_{10}	Q_5	Q_6	Q_1	Q_3	G^2	A	D	B	E^2	L	D^2	L^2	C	G	I	E
Q_5	Q_5	Q_{10}	Q_3	Q_8	Q_1	Q_9	Q_{11}	Q_{12}	Q_6	Q_4	Q_2	Q_7	E^2	E	A	D^2	C	L^2	G	I	G^2	B	L	D
Q_6	Q_6	Q_{12}	Q_7	Q_1	Q_2	Q_{10}	Q_3	Q_9	Q_4	Q_5	Q_8	Q_{11}	C	D	E	G	G^2	I	B	L	E^2	D^2	L^2	A
Q_7	Q_7	Q_1	Q_6	Q_{12}	Q_{11}	Q_3	Q_{10}	Q_4	Q_9	Q_8	Q_5	Q_2	I	E^2	L	L^2	D^2	C	A	E	D	G^2	G	B
Q_8	Q_8	Q_3	Q_{10}	Q_5	Q_{12}	Q_4	Q_2	Q_1	Q_7	Q_9	Q_{11}	Q_6	D	L	B	G^2	I	G	L^2	C	D^2	A	E	E^2
Q_9	Q_9	Q_4	Q_2	Q_{11}	Q_5	Q_1	Q_6	Q_3	Q_8	Q_7	Q_{12}	Q_{10}	D^2	B	E^2	A	D	E	G^2	G	I	L^2	C	L
Q_{10}	Q_{10}	Q_5	Q_8	Q_3	Q_6	Q_2	Q_4	Q_7	Q_{11}	Q_1	Q_9	Q_{12}	G	D^2	C	E	A	D	E^2	B	L	I	G^2	L^2
Q_{11}	Q_{11}	Q_2	Q_4	Q_9	Q_3	Q_7	Q_{12}	Q_5	Q_{10}	Q_1	Q_6	Q_8	L	C	L^2	I	G	G^2	E	D	A	E^2	B	D^2
Q_{12}	Q_{12}	Q_6	Q_1	Q_7	Q_4	Q_8	Q_5	Q_{11}	Q_2	Q_3	Q_{10}	Q_9	B	G	G^2	D	E	A	C	D^2	L^2	L	E^2	I

23 pvz. I. Xenakio „Nomos alpha“ pirminis komponavimo planas – kubo rotacijos ir lentelė (pavyzdžiai iš Xenakis, 1992, p. 220–221)



24 pvz. I. Xenakio „Nomos alpha“ pirmasis partitūros puslapis

Tiek chaoso teorijos elementų (pvz., Verhulsto lygties), tiek grupių teorijos ar anksčiau aptartų L-sistemos kreivių algoritmai determinuoja natūralius procesus. Šių algoritmų taikymą muzikos kūrimui galima sieti su gamtoje stebimų formų atvaizdavimu, perkėlimu į garsų erdvę. Kompozicijos „Nomos alpha" tradicine notacija užrašytas partitūros puslapis rodo, kad šios pjesės matematinį komponavimo pagrindą galima nustatyti tik remiantis išsamiais prekompoziciniais kūrėjo planais ir schemomis, kuriais pagrįsta muzikinė medžiaga skleidžiasi kaip garsinis grupių teorijos (atitinkamai natose pažymėtų kubo rotacijų variantų) sprendimas. Įsidėmėtina, kad šiuolaikinės matematikos elementais dažnai generuojama kompiuterinė muzika. Tačiau tokiu atveju dažniausiai galima tik vienpusė kompiuterinių muzikos kompozicijų išraiška aukštosios matematikos formomis (konkrečios matematinės formulės, algoritmo transkribavimas į akustinį skambesį skaitmeniniu būdu), nes gautą komplikuotą skambesio rezultatą (ir garso trukmių, ir aukščių santykius) užrašyti tradicine notacija itin sudėtinga.

Išvados

Straipsnyje atskleista matematikos implikacijų pavyzdžių įvairovė, remiantis XX a. muzikos kompozicijų tyrimais, formuoja prielaidą, jog numerologiniai muzikos komponavimo atvejai XX a. muzikoje itin retai gali būti apibendrinti kaip kompozitoriaus sukurta komponavimo sistema ir jos visuotinis taikymas. Dažniausiai čia pabrėžiamas individualus kompozitoriaus pasirinkimas kuriant konkretų muzikos opusą, kuris gali būti susijęs ir su muzikos numerologinių tradicijų tęsimu, ir su originalia, kartais chaotiška šių tradicijų sinteze, ir su muzikinių numerologinių inovacijų kūrimu bei naujų „skaitmenizuotų" komponavimo technikų praktikavimu.

Atliktas muzikos kompozicijų numerologinis tyrimas suponuoja originalias matematikos įtakos garsų menui formas, kompozicines jų galimybes. Matematikos įvairiaaspekčio funkcionavimo muzikoje analizės pavyzdžiai parodė XX a. antrosios pusės muzikos kompozicijai būdingą muzikos matematizavimą reprezentuojančią kryptį. Teigtume, jog muzikos ir matematikos sintetinio fenomeno konstruktyvioji raiška kiekvienu atveju gali būti suvokiama gilinantis į detalius garso ir skaičiaus sąsajų momentus. Toks numerologinis muzikos kūrinio tyrinėjimas teikia galimybę nuo paprasto muzikos parametrų (taktų, nustatytų ritminių verčių, garsų aukščių, literatūrinio teksto) skaičiavimo pereiti prie interpretacijos. Pagal tai, kaip tyrinėtojas žvelgia į muzikos partitūrą, išskirtume šiuos muzikinės numerologijos analitikos atvejus. Tai: a) objektyvus komponavimo proceso stebėjimas/komentavimas; b) tyrinėtojo atliekama/kuriama numerologinė analizė, kuri gali būti objektyvi arba spekuliatyvi kūrinyje įžvelgiamų skaitmeninių manipuliacijų interpretacija. XX a. muzikos kompozicijų numerologine analize siekėme parodyti, kad skaičiais ir matematine logika manifestuojamos partitūros komponentų sąsajos yra ir grynai konstruktyvaus struktūrinio pobūdžio, ir semantinės – prasminės. Darome išvadą, jog XX a. muzikos komponavimui būdingas sąmoningas matematinių aspektų implikavimas, kai kūrinio vidinė logika, konstruktyvi struktūra ar kūrinio parametrų proporcijų matai buvo kompozitoriaus išankstinis sumanymas.

Nuorodos

[1] Sąvoka „algoritmas" kildinama iš IX a. uzbekų kilmės arabų matematiko ir astronomo Muchamedo ibn Musa al Chorezmio vardo lotyniškosios formos *Algorithmi* (iš *al Chorezmi*). Šio mokslininko traktatas „Kitab al-Jabr val-Mukabala" europietiškoje matematikoje įtvirtino arabiškuosius skaičius. Vėliau „al-Jabr" imta interpretuoti kaip „algebrą" (Cope, 2000, p. 1; Supper, 1997, p. 63). Pradinė termino „algorism" reikšmė buvo arabiškoji arba dešimtainė, skaičių sistema, literatūroje randama dar 1200 m. pr. Kr. (Burns, 1994, p. 2). Šiandien algoritmo sąvoka – baigtinis taisyklių rinkinys arba operacijų sekos aprašas apibrėžtam tikslui pasiekti (*Technikos enciklopedija*, 2000, p. 61).

[2] Algoritminei muzikos kompozicijai apibūdinti pasitelkiami ir kiti terminai: interaktyvi (angl. *interactive*), kompiuteriu sukurta (angl. *computer-aided, computer-assisted*) kompozicija (Cope, 2000, p. 2).

[3] Programuotojai kalba apie muzikos kompozicijas, kurių inspiracija tapo gamtoje esantys evoliucijos algoritmai ir jų kompiuterinė generacija. A. Moroni ir kolegos sukūrė kompiuterinę programą „Vox populi", muzikos kūrimui naudojančią matematinius evoliucijų apskaičiavimus, genetinių algoritmų sekas (Moroni, 2000, p. 53).

[4] Pavyzdžiui, Ch. Dodge'o kūrinio „The Earth's Magnetic Field" („Magnetinis Žemės laukas", 1970) garsinės medžiagos pagrindu tapo kompiuteriu į garsus konvertuotos Žemės magnetinių laukų svyravimų skaitmeninės sekos (Alpern, 1995, p. 1), o kūrinio „Profile" („Profilis", 1984) garsų aukščio, ritmo ir amplitudės elementus kompozitorius sukūrė kompiuteriu pritaikęs 1/f triukšmo algoritmą. Genetinių DNR molekulių absorbcijos spektras inspiravo kompozitorę S. Alexjander iš jų generuoti garsus, J. Dunnas muzikos garsams ir kitiems muzikiniams parametrams nustatyti panaudojo aminorūgšties (vienas iš DNR komponentų) charakteristikas – molekulių masės ir tūrio matmenis (H. Järveläinen teigia, kad genetinės DNR ir muzikinės struktūros turi panašumų, nes tiesinės elementų sekos kuria kompleksiškas/sudėtingas kombinacijas, be to, DNR skleidžia panašius į 1/f triukšmą signalus) (Järveläinen, 2000, p. 10).

[5] I. Xenakis kūrinyje Poissono teorijos principu generavo 196 skirtingas ląsteles/laukelius, kurie suformavo tembro ir trukmės vienetų derinius. Kompozitorius manipuliavo 7 tembrų grupėmis – taip buvo sudaryti 28 ritminiai vienetai (196:7=28), išdėstyti dvimatėje erdvėje (Xenakis, 1992, p. 29–31).

[6] Skaičių $\frac{e}{\pi}$ (čia *e* – natūraliųjų logaritmų pagrindas, dinamikos apskaičiavimams pasitelkiamas skaičius, π – apskritimo skersmens ir perimetro santykis) išraiška dar užrašoma $\frac{2{,}7182818279...}{3{,}1415926536...}$ (dr. Sauliaus Norvaišo paaiškinimai).

[7] Lėčiausiai švytuojanti švytuoklė pakabinta ~4 m aukštyje, o kitos pakabinamos pagal matematiko formulę 1/2, 2/3, 3/4 ir 4/5. Metronomo nuorodos „Galileo“ partitūroje atitinka šiuos santykius 20–25–26 2/3–30–40.

[8] Tai nurodo šaltiniai: Warde, 2000; Brinkman, 1991; Howat, 1983; Escot, 1999.

[9] Informacija teikiama H. Villa-Loboso muzikos garso įrašo anotacijoje: http://www.naxos.com/mainsite/blurbs_reviews.asp?item_code=8.557735&catNum=557735&filetype=About%20this%20Recording&language=English, skaitytas 2007 09 15.

[10] Johnas Adamsas (g. 1947) – vienas pirmųjų JAV kompozitorių, sąmoningai atsisakiusių pokarinės europietiškosios bei amerikietiškojo akademinio avangardo estetikos ir pasukusių į minimalistinę muziką, kuriai būdinga hipnotizuojanti, transo būseną kurianti pulsacija, lėtai išsiskleidžianti harmonija. Pirmosios minimalistinės J. Adamso kompozicijos – pjesė fortepijonui „Phrygian Gates“ („Frygų vartai“, 1977) bei „Shaker Loops“ (1978), kaip ir tuo pat metu sukurta pjesė „China Gates“ („Kinų vartai“, 1977) reprezentuoja J. Adamsui būdingą diatoninį mąstymą.

[11] Pavyzdys iš John Adams. *China Gates for piano*. Associated Music Publishers, Inc., 1983, p. 2.

[12] Struktūrinės kalbotyros kryptis – generatyvinės gramatikos teorija „tiria, kaip iš elementaraus imanentinio branduolio pagal tam tikras taisykles generuojami (kuriami) konkretūs variantai: iš žodžio – išvestiniai žodžiai, iš frazės – sakiniai“ (cit. iš Vida Gumauskaitė. *Struktūralizmo apmatai*, Vilnius, 2000, p. 24).

[13] Mokslininkas Aristido Lindenmayerio vardu pavadintos L-sistemos (angl. *L-system*) aiškina gyvųjų organizmų augimo modelius, kuriems būdingas rekursiškumas.

[14] Šios eilės nariai yra paprastieji skaičiai, gaunami atėmus 1-ą iš bet kokio skaičiaus 2 laipsnio ($2^1, 2^2, 2^3, 2^4, ..., 2^n$). Marinas Mersenne'as, ieškodamas pirminių skaičių, išvedė formulę $2^p - 1$, kur p – pirminis skaičius. Tačiau ši formulė padėjo nustatyti ne visus pirminius skaičius, tad pagal ją atrandami pirminiai skaičiai papildomai dar vadinami Mersenne'o pirminiais skaičiais.

[15] Matematikoje, logikoje ir kompiuterijoje vartojama kalba, kurią išreiškia precizinės matematinės formulės.

[16] Erdvę užpildančios kreivės ir mastelio proporcingumo požymio analogijos įžvelgiamos ir polifoninės muzikos specifikoje, pavyzdžiui, *cantus firmus* technikoje, kai viename iš balsų skambantį *cantus firmus* viršutiniai balsai užpildo diminuotais *cantus firmus* melodijos ornamentais.

[17] „Fractals“ parašytas instrumentų ansambliui – dviem *piccolo* fleitoms, saksofonui, dviem fortepijonams, smuikui, violončelei, marimbai, elektrinei ir bosinei gitaroms.

[18] Saksofono partija prasideda nuo 89 takto, kūriniui skambant jo ritminį piešinį 4/4 metru sudaro sveikosios natos ir sveikosios pauzės derinys | o | ▬ |.

[19] Kompozicija parašyta fleitai, klarnetui, smuikui, violončelei, fortepijonui ir mušamųjų grupei.

[20] Kompozitorius teigia, kad asimetrines garsų kombinacijas inspiravo tam tikros geometrinės formos ir grafikai, kurių vizualinę išraišką jis perkėlė į garsų santykius.

[21] *Koch* snaigė yra geometrinis objektas, kurį 1904 m. atrado švedų matematikė Helge von Koch. *Koch* snaigės konstravimas yra rekursinis procesas: 1) pradedama nuo bet kokio dydžio juodo lygiakraščio trikampio, 2) kiekviena trikampio kraštinė dalijama į tris lygias dalis. Prie kiekvienos kraštinės vidurinės dalies priduriamas mažas juodas lygiakraštis trikampis. Gautas žvaigždės formos objektas turi 12 kraštinių, 3) kiekvienai iš 12 kraštinių kartojamas tas pats dalijimo ir mažo trikampio prijungimo veiksmas (Tannenbaumas, 1995, p. 346). *Koch* snaigės atveju kiekviena trikampio kreivė ___ keičiama į ▲ :

[22] Sąvoką „stochastinė muzika“ I. Xenakis interpretavo kaip „atsitiktinumo“ sinonimą, pirmąją pasirinkęs kaip moksliškesnę. Protestuodamas prieš serializmo diktuojamą griežtą garsų kontrolę, I. Xenakis muzikos komponavimui ėmė taikyti tikimybės distribucijas. Graikų kalba „stochos“ tiesiogiai reiškia tikslą, uždavinį, modernioje sampratoje – atsitiktinumą.

[23] L. B. Meyeris harmonijos galimybes interpretavo kaip tikimybių procesus. Pavyzdžiui, L. van Beethoveno Simfonijos Nr. 3 pirmosios dalies perdirbimo epizode prieš pasirodant *e-moll* temai (240–280 taktai) „griaunama ritminė organizacija, nusilpsta melodijos judėjimas, slopinama harmonijos plėtotė – priartėjama tiesiog prie chaoso, po kurio nuskambantis naujos temos efektas neabejotinai yra susijęs su pirminės situacijos neapibrėžtumu“ (Meyer, 1997, p. 212).

[24] Markovo grandys (angl. *Markov chains*) yra tikimybių sistema, kurioje būsimų įvykių tikimybė priklauso nuo vieno ar kelių jau praėjusių įvykių. Praėjusių veiksmų, kurie lemia tolesnį procesą, kiekis vadinamas grandies eile (angl. *Order*). Markovo grandžių proceso pradiniam etapui būdingas aukštas neapibrėžtumo/nepastovumo/netikrumo laipsnis, kurį tolesniuose priežastinių grandžių etapuose keičia tikrumo/numatymo stiprėjimas. Pirmiausia Markovo grandys siejamos su literatūrinio teksto konstruktyvia analize – apibrėžimą 1906 m. suformulavo rusų matematikas A. A. Markovas, apskaičiavęs tikimybes, kaip nuolatos viena po kitos eina raidžių poros. Pavyzdžiui, analizuodamas A. Puškino „Eugenijų Oneginą“, jis išvedė dramai būdingos rašybos formulę. Panašiai Markovo grandžių dėsnį galima iliustruoti anglų kalbos dėsniais: pavyzdžiui, po raidės *Q* visada eina raidė *E*, raidė *I* visada eina prieš raidę *E*, išskyrus atvejį, kai ji eina po raidės *C* ir pan.) (Ames, 1989, p. 175–176). Muzikoje pirmąkart Markovo grandžių metodas panaudotas 1950 m. – H. F. Olsonas Markovo procesus pritaikė S. Fosterio dainų analizei. Markovo grandžių principu pirmosios muzikinės kompozicijos – tai 1957 m. L. Isaacsono ir L. Hillerio styginių kvartetas „Illiac Suite“, taip pat laikomas pirmąja kompiuterine muzikos kompozicija, 1971 m. Markovo grandžių principu I. Xenakis sukūrė „Morsima-Amorsima“ keturiems instrumentams.

[25] Kūrinyje Poissono teorijos principu generuoti 28 melodiniai modeliai, o iš viso naudoti 196 skirtingi laukeliai (atitinkamai kiekvienam instrumentui po 28 gauname 7x28=196) (Xenakis, 1992, p. 29).

[26] J. Cage'o susidomėjimą tikimybių teorija XX a. 6 dešimtmečio pradžioje lėmė perskaityti I'Cino tekstai. Jų inspiruotas kompozitorius, rinkdamasis kūriniui garsų aukščius iš susidarytų lentelių, mėtė monetas. Kompozitorius deklaravo siekiantis atsiriboti „nuo individualaus skonio“, galinčio lemti kūrybos procesą (Pritchett, 2001). Beje, A. Alpernas atsitiktinį muzikos procesą įžvelgia dar W. A. Mozartui priskiriamo „Musikalisches Würfelspiel“ („Muzikinis žaidimas kauliukais“): čia muzikos fragmentai kombinuojami atsitiktinai, tikimybių teorijos principu, tarsi mėtant kauliukus (Alpern, 1995, p. 1).

27 Rolf Wallin. *Fractal Music – Red Herring or Promised Land?* Stockholm, 1989, pagal: http://www.rolfwallin.org/Fractalarticle.html, skaitytas 2007 10 08.

28 Tobias Kunze Briseno. *An Algorithmic Model of György Ligeti's Étude No. 1 Désordre (1985)*, pagal: http://ccrma.stanford.edu/~tkunze/pbl/1999_desordre/ligeti.html, skaitytas 2007 10 08.

29 Daktaro Leono Chua vardu pavadinta viena iš chaotiškųjų sistemų – Chua grandis (angl. *Chua Circuit*). Kiti kompozitoriai, muziką grindę chaoso principu – Donna Cox, Chrisas Landrethas, Robinas Bargaris (pagal: http://www.angelfire.com/in/anaskure/technical_non_software/chaos_out_of_the_order.html, skaitytas 2006 12 10).

30 Algoritmai, sukurti norint imituoti, vaizduoti dinamines sistemas, pavyzdžiui, skysčių judėjimą.

31 *Granular synthesis* – kompiuterinės muzikos generavimui taikomas garso sintezės metodas, operuojantis mikrogarsinėmis struktūromis, analogų, atrankos technika. Garso sintezės rezultatas apibūdinamas kaip garsų masė (žr. http://en.wikipedia.org/wiki/Granular_synthesis, skaitytas 2006 04 23). Garsų sintezės teorijos taikymą muzikoje taip pat iliustruoja I. Xenakio „Gendy 3" (1991).

32 Viena iš matematinių chaoso teorijos formulių – matematiko Verhulsto užrašyta skaitmeninė išraiška, vadinamoji Verhulsto lygtis. Tai genetinio algoritmo, paremto populiacijos didėjimu, formulė. Grafiškai pavaizduota ši formulė artima chaoso išraiškai.

33 Granulinė sintezė – smulkūs garsai suvienijami į mases panašiu būdu kaip puantilistinė tapybos technika – paveikslas kuriamas iš mažų spalvotų taškų. Remdamasis chaoso teorija kompozitorius nusako iteracijos ir rekursijos veiksmus, taikytus konstruojant muzikos modelius: tai ir elementarių motyvų kartojimai, ir kompleksiškos sekvencijos (Nelson, 1994, p. 1).

34 Andreatta Moreno. *Iannis Xenakis: Nomos alpha (1965), Analyse et Reconstitution*, http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/Analyse/Xenakis/; F. Vandenbogaerde. 'Analyse de Nomos Alpha'. In: *Mathématiques et Sciences*, No 24, Ecole Pratique des Hautes Etudes, 1968, p. 35–50; Th. Delio, I. Xenakis. 'Nomos Alpha'. In: *Journal of Music Theory*, Vol. 24, No 1, 1980, p. 63–96; J. Vriend. 'Nomos Alpha, Analysis and Comments'. In: *Interface*, No 10, 1981, p. 15–82.

35 Kūrinio anotacijoje kompozitorius rašo, jo tai yra „simbolinė muzika violončelei solo, kurios laikinė struktūra pagrįsta transformacijų grupių teorija. Grupių teorija paremta tinklo (rėčio, sieto) principu – papildomai aneksuojami modulio *z* sutapimai kaip muzikos universalios struktūros aksioma. Šiuo kūriniu pagerbiamas Aristoksenas iš Tarento – muzikas, filosofas ir matematikas, muzikos teorijos pradininkas, taip pat Evaristas iš Galijos – matematikas ir grupių teorijos įkūrėjas bei garsus jo sekėjas Feliksas Kleinas. Kompozicija buvo parašyta violončelininkui Siegfriedui Palmui" (pagal Iannis Xenakis. *Nomos alpha*. Boosey and Hawkes, 1964).

Literatūra

Alpern, Adam. Techniques for Algorithmic Composition of Music. Hampshire College, 1995, http://hamp.hampshire.edu/~adaF92/algocomp/algocomp95.html, skaitytas 2005 10 15.

Ames, Charles. "The Markov Process as a Compositional Model: A Survey and Tutorial". In: Leonardo Music Journal, 1989, Vol. 22, No 2, p. 175–187.

Brinkman, Alexander R.; Mesiti, Martha R. "Graphic Modeling of Musical Structures". In: Computers in Music Research, 1991, Vol. 3, p. 1–42.

Burns, Kristine H. Algorithmic Composition, a Definition. Florida International University, 1997, http://music.dartmouth.edu/~wowem/hardware/algorithmdefinition.html, skaitytas 2005 10 20 (Burns, Kristine H. The history and development of algorithms in music composition, 1957–1993, DA diss., Music: Ball State University, 1994).

Cope, David. The Algorithmic Composer. Madison, Wisconsin: A-R Editions, 2000.

Degazio, Bruno. "Musical Aspects of Fractal Geometry". In: Proceedings of the International Computer Music Conference, Royal Conservatory, The Hague, Netherlands, October 20–24, 1986, Ed. Paul Berg, p. 435–442.

Dodge, Charles. "Profile: A musical fractal". In: Computer Music Journal, 1988, Vol. 12, No 3, p. 10–14.

Dodge, Charles; Bahn, Curtis R. "Musical Fractals: Mathematical Formulas Can Produce Musical as well as Graphic Fractals". In: Byte, 1986, Vol. 11, No 6 (June), p. 185–196.

Escot, Pozzi. The Poetics of simple Mathematics in Music. Cambridge, 1999.

Farbood, Morwaread M. A Quantitative, Parametric Model of Musical Tension. Massachusetts Institute of Technology, 2006.

Gann, Kyle. The Music of Conlon Nancarrow. Cambridge, 1995.

Gardner, Martin. *Fractal music, hypercards and more… Mathematical recreations from Scientific American magazine.* New York, W. H. Freeman and company, 1992.

Gardner, Martin. "Mathematical Games: the Arts as Combinatorial Mathematics". In: Scientific American, 1974, Vol. 231, No 6, p. 132–136.

Griffiths, Paul. "Ligeti, György (Sándor)". In: The New Grove Dictionary for Music and Musicians, ed. S. Sadie and J. Tyrrell, London: Macmillan, 2001, xiv, p. 690–696.

Howat, Roy. Debussy in Proportion. Cambridge, 1983.

Hsü, Kenneth; Hsü, Andrew. "Self-Similarity in Music". In: *Computing in Musicology,* 1991, Vol. 7, p. 98–100.

Järveläinen, Hanna. "Algorithmic Musical Composition". In: Art@Science, Spring 2000, http://www.tml.hut.fi/Studies/Tik–111.080/2000/papers/hanna/alco.pdf, skaitytas 2005 12 15.

Johnson, Tom. Kūrinių katalogas ir aprašymai. 2006, http://www.editions75.com/English/catalogenglish.html, skaitytas 2005 10 12.

Johnson, Tom. Musique, mathématiques et philosophie. Seminaire Entre Temps, IRCAM, 2001 01 13, http://www.entretemps.asso.fr/Seminaire/Johnson/index.html, skaitytas 2005 10 12.

Jones, Evan Jones. "An Acoustic Analysis of Col Legno Articulation in Iannis Xenakis's Nomos Alpha". In: Computer Music Journal, 2002, Vol. 26, N. 1, p. 73–86.

Jones, Kevin. "Compositional Applications of Stochastic Processes". In: Computer Music Journal, 1981, Vol. 5, No 2 (Summer), p. 45–61.

Journal of Mathematics and Music. March, Taylor & Francis, 2007, Vol. 1, No 1, 70 p.

Ligeti, György. "On My Etudes for Piano", "On My Piano Concerto". In: Sonus, 1988, Vol. 9, No 1, p. 3–14.

Mason, Stephanie; Saffle, Michael. "L-systems, melodies and musical structure". In: Leonardo Music Journal, 1994, Vol. 4, p. 31–38.

Mason, Stephanie; Saffle, Michael, Schütz, Hannes. "Musik und Mathematik". In: Musik in Geschichte und Gegenwart, 1988, Vol. VI, p. 790–799.

Meyer, Leonard B. „Muzikos reikšmė ir informacijos teorija". In: Baltos lankos, 1997, Nr. 9, p. 206–226.

Moroni, Artemis; Manzolli, Jonatas; Von Zuben, Fernando; Gudwin, Ricardo. "Vox Populi: an Interactive Evolutionary System for Algorithmic Music Composition". In: Leonardo Music Journal, 2000, Vol. 10, p. 49–54.

Nelson, Gary Lee. Wind, Sand and Sea Voyages: an Application of Granular Synthesis and Chaos to Musical Composition. Oberlin, Conservatory of Music, USA, 1994, http://www.timara.oberlin.edu/~gnelson/gnelson.htm, skaitytas 2006 05 20.

Nelson, Gary Lee. Real time transformation of musical material with fractal algorithms. Oberlin, Conservatory of Music, USA, http://www.timara.oberlin.edu/~gnelson/gnelson.htm, skaitytas 2006 05 20.

Nelson, Gary Lee. Sonomorphs: an application of genetic algorithms to the growth and development of musical organisms. Oberlin, Conservatory of Music, USA, http://www.timara.oberlin.edu/~gnelson/gnelson.htm, skaitytas 2006 05 20.

Peck, Robert W. "Towards an Interpretation of Xenakis's Nomos alpha". In: Perspectives of New Music, 2003, January, p. 106–158.

Pritchett, James. "Cage, John". In: The New Grove Dictionary for Music and Musicians, ed. S. Sadie and J. Tyrrell (London: Macmillan, 2001), xiv, p. 690–696.

Prusinkiewicz, P. "Score Generation with L-Systems". In: International Computer Music Conference'86 Proceedings, 1986, p. 455–457.

Supper, Martin. "A Few Remarks on Algorithmic Composition". In: Computer Music Journal, Vol. 251, 2001, p. 48–53, http://www.mitpressjournals.org/doi/abs/10.1162/014892601300126106?journalCode=comj, skaitytas 2005 10 20.

Tannenbaumas, Peteris; Arnoldas, Robertas. Kelionės į šiuolaikinę matematiką. Vilnius, 1995.

Tatlow, Ruth; Griffiths, Paul. "Numbers and music". In: Grove Music Online, ed. L. Macy (Accessed 21 September 2007), <http://www.grovemusic.com>, skaitytas 2007 09 21.

Technikos enciklopedija. Vilnius, 2000, I t.

Voss, Richard F.; Clarke, John. "1/f noise in music". In: *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1978, Vol. 63/1, p. 258–63.

Wager, Gregg. Symbolism as a Compositional Method in the Works of Karlheinz Stockhausen. College Park, Maryland, 1998.

Warde, Ann. "Review: Pozzi Escot: The Poetics of Simple Mathematics in Music". In: Computer Music Journal, 2000, Vol. 25, No 1, p. 67–68.

Xenakis, Yanis. Formalized Music. Thought and Mathematics in Composition. Harmonologia series No 6, Pendragon Press, 1992.

Теория современной композиции. Москва, 2005, ред. В. Ценова.

Summary

The interplay of music and mathematics, which falls within the scope of this doctoral thesis, is apparently the longest-living multidisciplinary dialogue manifesting in a concentrated form in the practice of musical composition of the 20th century. Music composition of the 20th century can be called as a qualitatively new stage of interplay of mathematics and music, which aims at finding common denominators in the background of musical and numeric structures. The article aims at demonstrating considerably extended boundaries of the relationship between music and mathematics in musical composition of the 20th century. The particularly individualised and distinctive artistic touch of composers of the 20th century was developed not only by means of practising new composing techniques. The mindset of composers was stimulated by new sources of inspiration and technical structures where, in addition to mathematics, there appeared implicated branches of other exact sciences, such as physics, information, etc. Opportunities to extend the boundaries of the interaction between music and mathematics were also found in significantly enriched levels of numerical manipulations of 20th century composition: traditional parameters of the quantity and structure of pitches, rhythmic and key striking were supplemented with articulation styles, scales, groups and layers of dynamics, poly-tempos and other aspects. Numerical procedures of sound structures, as practiced by composers, were substantially enriched with new principles, formulas or models derived from higher mathematics, computer graphics, fractal geometry, logogriph and other theories. Mathematical aspects also come from computer-generated implication of algorithms into the space of musical sounds. In this light, such common denominators are seen in the laws of mathematic groups theory, Markov chains which are respectively interpreted as the law of melodic processes; music tempering practices based on particular mathematical theories (application of Myhill's property to the formation of diatonic scale intervals).

The music panorama of the 20th century also shows different semantisation strategies used to approaching musical numerology. Some composers structure musical compositions by using cryptographic, numeric alphabet codes, integrating traditionally determined or individual numeric symbols in the texture of music, while others manipulate numeric relationships and progressions, algorithms of symmetry phenomenon. Influences of mathematical theories on the process of musical setting determined, to a large extent, innovative results of numerological nature signifying the musical compositions of the 20th century. These include Iannis Xenakis, Kevin Jones musical compositions based on stochastic processes,

Markov chains; structural analogies of Györgi Ligeti, Vytautas V. Jurgutis, Šarūnas Nakas, Charles Dodge with fractal theory; influence of chaos theory in the works of Gary Lee Nelson, Xenakis; algorithmic L-system curves became a graphical prototype of a musical work or an outcome of sound texture study in opuses by Nelson, Tom Johnson, Hanspeter Kyburz. Analysis of several music compositions shows the use of mathematical models in 20th-century music and is provided in the article. These implications of contemporary mathematical theories into the space of musical composition deal with several aspects:

- A phenomenon of algorithmic processes in music,
- A mathematical graphics of music – schematism of musical works and methods of the schematism (graphical algorithm as a prototype of a musical composition and as an outcome of studies),
- Resonances of contemporary mathematical theories such as fractal theory, analogues of fractal geometry in the music composition structures;
- Practice of stochastic music,
- Influence of other modern mathematical theories such as chaos theory, group theory and theory of probabilities in music.